~ Baccalauréat Montréal septembre 1950 ~
Série mathématiques et mathématiques et technique

I

I. 1er sujet

Établir entre les côtés a, b, c et les angles A, B, C d'un triangle quelconque un groupe de trois formules distinctes.
Réciproque.

I. 2e sujet

Résoudre un triangle, connaissant deux côtés a, b et l'angle A opposé à l'un d'eux.
Discuter dans cas où A est obtus.

I. 3e sujet

Résolution de l'équation

$$2\cos x - 3\sin x = m.$$

(On ne demande qu'une seule méthode.)

II. Problème

Soit une ellipse CE) de foyers F et F$'$, ayant pour grand axe $2a$, pour petit axe $2b$, pour distance focale $2c$ et pour excentricité e.
Le sens positif choisi sur l'axe focal est celui qui va de F$'$ vers F (O, centre de l'ellipse).

1. Soit M un point de l'ellipse d'abscisse x. Calculer MF et MF$'$ en fonction de x et des données.
   Vérifier l'exactitude des résultats obtenus lorsque M est un sommet de l'ellipse.
2. On suppose dans cette seule question $e = \dfrac{1}{2}$.
   Variations et graphique de $y = \text{MF}' + \dfrac{a^2}{\text{MF}'}$ quand x varie.
3. **a.** Calculer la distance FL de F à la directrice associée D.
   Déterminer l'abscisse des points communs à l'ellipse et à la parallèle à Ox d'ordonnée égale à FL.
   Discuter.
   b. En déduire que ces points sont sur le cercle de diamètre FF$'$.
   c. Déterminer l'excentricité de (E) pour que ce cercle coupe (E) sous un angle de 30°.
4. Soit une parallèle quelconque à Ox qui coupe l'ellipse en P et P$'$ et la directrice D en R.
   Comparer les angles LFR $= \varphi$ et FPF$'$.
   Montrer ensuite que la projection sur la droite PF du segment PT, normal à (E) et limité en T à l'axe focal, est constante.
   Vérifier que la valeur trouvée est égale à la valeur absolue de l'ordonnée d'un point de l'ellipse se projetant en l'un des foyers.

N. B. - Cotation : cours sur 10, problème sur 20.