∽ Baccalauréat Moulins juin 1944 ∾

SÉRIE MATHÉMATIQUES

I

1er sujet
Représentation d'une droite par une équation du premier degré. Coefficient angulaire.

2e sujet
Résolution et discussion d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues.
Interprétation géométrique.

3e sujet
Dérivée d'un produit de deux fonctions continues admettant des dérivées ; dérivée d'un quotient.

II

On considère l'ellipse (E) d'équation

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-1=0$$

et un point M de son plan, de coordonnées $(x\,;\,y)$ par rapport aux axes de (E).
M étant extérieur à (E), soient MP et MQ les tangentes menées par M à (E) touchant cette ellipse en P et Q.

1. En supposant d'abord $a=b$, évaluer l'aire S du triangle MPQ en fonction de $a,\ x,\ y$.
2. En déduire que, dans le cas général, cette aire vaut

$$S=ab\frac{\sqrt{\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}-1}}{\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}}.$$

3. Quel est le lieu des points M pour lesquels S a une valeur donnée ?
4. La droite d'équation $y=tx$ coupe en M la tangente à (E) au sommet $(x=a,\ y=0)$, et en M′ la tangente au sommet $(x=0,\ y=b)$.
   Évaluer, en fonction de $a,\ b,\ t$, la différence des aires des deux triangles MPQ. M′P′Q′ formés par les tangentes MP, MQ et M′P′, M′Q′ à (E).
5. Étudier comment varie cette différence :

$$u=\text{aire MPQ}\ -\ \text{aire M}'\text{P}'\text{Q}'$$

   quand OMM′ tourne autour de O, en construisant la courbe représentative de u en fonction de t.