

∞ **Baccalauréat Nancy septembre 1951** ∞
Série mathématiques et mathématiques et technique

I

1^{er} sujet

Reste de la division d'un polynôme $f(x)$ par $x - a$.

Déterminer a et b de façon que le polynôme $x' + ax + b$ soit divisible par $(x - 1)^2$.

2^e sujet

Dérivée de $y = \frac{u}{v}$, u et v étant des fonctions de x possédant des dérivées.

Application : Dérivée de $y = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$.

3^e sujet

Variation et représentation graphique de la fonction

$$y = \sqrt{x^2 + 3x - 4}.$$

II

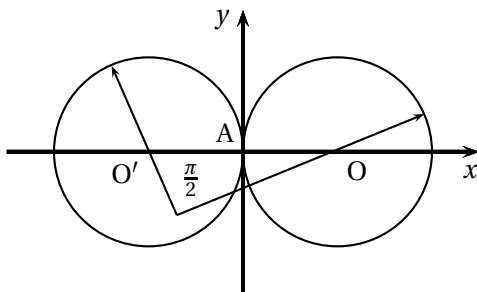
On donne deux cercles fixes (O) et (O') , égaux de rayon R et tangents extérieurement en A .
 À un point M de (O) on fait correspondre le point M' de (O') tel que

$$\left(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{O'M'} \right) = +\frac{\pi}{2}.$$

Partie A

1. Dans quelle transformation se correspondent les points M et M' ?
 Montrer que la médiatrice de MM' passe par un point fixe.
2. Lieu du milieu I de MM' . Montrer que l'enveloppe de MM' est une courbe (H) dont on précisera les éléments remarquables : centre, axes, foyers, excentricité, ...
3. Montrer que cette courbe (H) est bitangente aux deux cercles (O) et (O') .
4. Si l'on désigne par F et F' les foyers de la courbe (H) , F' étant le point tel que l'angle $MF'M'$ ne soit pas droit, démontrer que l'aire du triangle $MF'M'$ est constante.

Partie B



Soient Ax et Ay deux axes perpendiculaires, Ax porté par $O'O$ et Ay perpendiculaire à $O'O$ (voir figure).

1. On considère un point P de coordonnées (x, y) . Soit P' le transformé de P dans l'inversion de centre A et de puissance $\frac{R^2}{2}$. Exprimer x et y en fonction des coordonnées X, Y de P et de R .
2. On transforme par l'inversion précédente la courbe (H) trouvée en 1. On obtient une courbe (L). Présente-t-elle des points à l'infini?
Préciser ses éléments de symétrie, ainsi que les tangentes parallèles aux axes et les tangentes à l'origine.
Faire un tracé de la courbe (L).
Trouver l'équation de la courbe (L) en utilisant 1.
On écrira d'abord l'équation de (H) et ensuite on cherchera celle de (L).