

∞ Baccalauréat New-York juin 1951 ∞

Série mathématiques

I

1^{er} sujet

Exposer la méthode générale pour étudier la disposition relative de deux plans, en géométrie descriptive.

Appliquer, en géométrie à deux plans de projection, à deux plans dont les traces sont toutes parallèles à la ligne de terre.

2^e sujet

Expliquer le principe de la rotation d'un point, puis d'une droite, autour d'un axe perpendiculaire à l'un des plans de projection.

Application. À l'aide d'une rotation convenablement choisie, déterminer l'angle d'une droite de profil et du plan frontal de projection.

3^e sujet

Construire, en géométrie cotée, l'épure d'un cercle dont on donne le plan, P, par son échelle de pente, le centre et le rayon R (non nul).

II

1. On considère un pentagone régulier convexe, ABCDE, inscrit dans le cercle trigonométrique. Montrer, en groupant convenablement les vecteurs, que la résultante $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} + \vec{OE}$ est portée par le diamètre OA, par exemple.

En déduire immédiatement cette résultante, puis la relation

$$(1) \quad 1 + 2 \left(\cos \frac{2\pi}{5} + \cos \frac{4\pi}{5} \right) = 0.$$

Montrer qu'il en résulte (2) $1 + 4 \cos \frac{2\pi}{5} \cos \frac{4\pi}{5} = 0$.

Calculer alors $\cos \frac{2\pi}{5}$ et $\cos \frac{4\pi}{5}$.

2. Montrer que si $1 - \cos \theta$ est nul, il en est de même de $\sin \frac{\theta}{2}$ et inversement.

Quelles sont, sur le cercle trigonométrique, l'origine A des arcs étant fixée, les extrémités de tous les arcs α tels que $\cos 5\alpha = 1$?

En posant $\frac{5\alpha}{2} = 2\alpha + \frac{\alpha}{2}$, montrer que $\sin \frac{5\alpha}{2}$ est le produit de $\sin \frac{\alpha}{2}$ et d'un polynôme en $\cos \alpha$.

En déduire le calcul de $\cos \frac{2\pi}{5}$ et $\cos \frac{4\pi}{5}$.

3. En utilisant si possible l'expression obtenue pour $\sin \frac{5\alpha}{2}$, montrer que $\cos \frac{5\alpha}{2}$ est le produit de $\cos \frac{\alpha}{2}$ et d'un polynôme en $\cos \alpha$.

Montrer que $\sin 5\alpha$ est le produit de $\sin \alpha$ et d'un polynôme bicarré par rapport à la variable $x = 2 \cos \alpha$.

En étudiant les arcs α tels que $\sin 5\alpha = 0$, trouver pour quelles valeurs de x^2 ce trinôme bicarré s'annule.

Montrer que $2 \cos 5\alpha$ peut s'exprimer sous forme d'un polynôme du 5^e degré en x .

4. Étudier les variations de la fonction $y = x^5 - 5x^3 + 5x$.

Courbe représentative.

N. B. - Chacune des première et quatrième parties peut être traitée isolément, mais si les deuxième et troisième ont été résolues, on en peut tirer des indications utiles pour la quatrième.