

∞ **Baccalauréat Nouvelle Calédonie octobre 1964** ∞
mathématiques élémentaires et mathématiques et technique

I.

On considère un rectangle ABCD.

1. Quel est l'ensemble des points M du plan du rectangle tels que

$$|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MC} + 3\overrightarrow{MD}|?$$

2. Quel est l'ensemble des points M du plan du rectangle tels que

$$(\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}) \cdot (\overrightarrow{MC} + 3\overrightarrow{MD}) = k,$$

k étant un nombre relatif donné?

II.

1. x étant un nombre réel, on considère le polynôme

$$x^3 + ax^2 + 3x + 9.$$

Montrer que l'on peut déterminer a, b, c, d appartenant à l'ensemble des entiers relatifs pour que ce polynôme se décompose en le produit

$$(x + b)(x^2 + cx + d).$$

2. **a.** Étudier les variations des fonctions

$$y_1 = x^3 - 5x^2 + 3x + 9 \quad \text{et} \quad y_2 = x^3 + 3x^2 + 3x + 9.$$

Tracer les graphes (\mathcal{C}_1) et (\mathcal{C}_2) de ces fonctions par rapport à un système d'axes $x'Ox, y'Oy$ constituant un repère orthonormé (unité : 1 cm).

- b.** Étudier les intersections de (\mathcal{C}_1) et (\mathcal{C}_2) avec les axes et trouver les équations des tangentes aux deux courbes en ces points.
c. Calculer l'aire limitée par l'axe $x'Ox$ et les des courbes (\mathcal{C}_1) et (\mathcal{C}_2) correspondant aux cas

$$x < 0 \quad \text{et} \quad y > 0.$$

3. Résoudre l'équation

$$\operatorname{tg}^3 \theta - 5\operatorname{tg}^2 \theta + 3\operatorname{tg} \theta + 9 = 0.$$

(les calculs seront effectués en degrés, minutes et secondes).

4. a. z appartenant à l'ensemble des nombres complexes résoudre l'équation

$$z^3 + 3z^2 + 3z + 9 = 0.$$

- b. z et Z appartenant à l'ensemble des nombres complexes, on considère l'application qui, à z , associe

$$Z = z^3 + 3z^2 + 3z + 9.$$

On pose $z = x + iy$, $Z = X + iY$.

Calculer X et Y en fonction de x et y .

Ensemble des images (m) de z dans le plan (π) pour que Z soit réel.

- c. Calculer le module ρ et l'argument α de Z pour $x = 2$, $y = 1$.