Durée : 4 heures

Baccalauréat C Orléans juin 1966
Mathématiques et mathématiques et technique

Orléans

EXERCICE 1

1. Calculer la dérivée de la fonction

$$f(x) = \mathrm{e}^{2x}\sin 2x.$$

2. Étudier le signe de cette dérivée pour $0 \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}$.

Orléans

EXERCICE 2

On donne un repère orthonormé Ox, Oy, Oz.

1. Trouver l'équation du cône de révolution d'axe Oz, de sommet S de coordonnées $(0\,;\ 0\,;\ \ 4)$ et tangent à la droite (D) du plan $x\mathrm{O}y$ qui a pour équation dans ce plan $3x + y - 3 = 0$.
2. Trouver l'équation du plan tangent au cône et contenant (D).

PROBLÈME

On donne, dans un plan P, un repère orthonormé $x'\mathrm{O}x$, $y'\mathrm{O}y$ et deux points situés sur $x'\mathrm{O}x$: A d'abscisse + 1, et A$'$ d'abscisse -1. On se propose d'étudier une transformation ponctuelle, T.

M étant un point quelconque du plan, la perpendiculaire à A$'M$ passant par A et la perpendiculaire à AM passant par A$'$ se coupent en un point M'. M' est la transformé de M par la transformation T.

Partie A

1. On désigne par $x,\ y$ les coordonnées de M, par $X,\ Y$ les coordonnées de M'.

   Donner les expressions de X et de Y en fonction de x et y. Tout point M du plan a-t-il un transformé M', bien déterminé ?

   Donner les expressions de x et y en fonction de X et Y.
2. Démontrer géométriquement que MM' est perpendiculaire à $x'\mathrm{O}x$ et trouver une relation simple entre IA, IA$'$, IM et IM', en désignant par I le point commun aux droites AA$'$ et MM'.

Partie B

Déterminer l'ensemble des points M' dans les cas suivants :

1. M décrit la droite d'équation $y = 2x - 1$; construire l'ensemble des points M'.

2. M décrit la droite d'équation $y = 3(x-1)$; préciser la nature de l'ensemble des points M'.
3. M décrit la droite d'équation $y = k$; préciser la nature de l'ensemble des points M'.
4. M décrit la parabole déterminée par ce qui suit : $y'y$ est axe de symétrie, AA$'$ est corde focale, l'ordonnée du sommet est négative.
5. M décrit un cercle passant par A et A$'$.
6. M décrit une ellipse de grand axe AA$'$. (On désignera par b le demi-petit axe de cette ellipse).