

plot

Sommaire du n°7

BULLETIN DES REGIONALES A P M E P
DE POITIERS, LIMOGES ET ORLEANS-TOURS

Rencontres

Bernard Parzysz - *Marelle lexicographique* 3

Pratique

Jean-Pierre Hidalgo - *Budget d'une famille de Français moyens* 18

Bernard Pommier et Michel Labrousse - *Liaison Math-Techno*
en Quatrième 22

Marc Blanchard et Eugène Toursel - *Du matériel pour la classe* 26

Michel Labrousse - *Mots croisés* 29

Daniel Daviaud - *Deux problèmes pour faire l'humour et pas la*
gueule 30

Echanges

Marc Blanchard - *Histoires de boules* 32

Jean-François Pigeonnat et Pascal Monsellier - *Le castor et*
l'infini 34

Evelyne Duran - *Un conte (mathématique) à votre façon* 36

Agenda 39

Dépot légal : 4^e trimestre 1978

Directeur de publication : *Pascal Monsellier*

Equipe d'animation : *Jacques Borowczyk, Daniel Fredon, Pascal Monsellier.*

ISSN 0397-7471

MARELLE LEXICOGRAPHIQUE

par Bernard PARZYSZ (IREM de Paris-Sud)

- " - Dis donc, dit Sénateur, on m'a raconté une étrange histoire sur ton compte.
 - Était-ce une étrange histoire ou une drôle d'histoire, ou une bizarre histoire ou une singulière histoire ? "

(Raymond Queneau. *Un rude hiver*)

En première analyse, les mots de la langue française peuvent se répartir en deux grandes familles:

- les mots grammaticaux (ou mots-outils): articles, conjonctions, pronoms, etc.
- les mots lexicaux proprement dits: noms, adjectifs, verbes, etc.

Le problème que nous allons nous poser tout d'abord est celui de la recherche, dans un dictionnaire unilingue, du (d'un) sens d'un mot lexical. Nous supposerons que celui qui effectue la recherche connaît au moins, en ce qui concerne la langue concernée:

- les mots grammaticaux
- la syntaxe
- les "définisseurs", c'est-à-dire les mots de la métalangue utilisés par le dictionnaire: nomenclature grammaticale (les mots "nom", "adverbe", "pluriel", etc.) et termes tels que "espèce", "action", "qualité", etc.

Ceci est le cas de n'importe lequel d'entre nous (pour le français), mais surtout d'un enfant qui n'a pas encore un vocabulaire étendu. La situation que nous allons tenter d'explorer peut se schématiser comme suit:

"On connaît le petit jeu qui consiste, à partir d'une définition, à rechercher le sens des mots de cette définition et l'on en arrive ainsi assez vite au mot d'où l'on était parti, après avoir acquis un savoir nul"⁽¹⁾. Cette citation appelle cependant deux remarques:

-Nous ne rechercherons pas systématiquement le sens de tous les mots figurant dans une définition de dictionnaire, mais opérerons un choix. Ce choix sera arbitraire, bien sûr, mais, quel que soit l'individu qui effectue une recherche dans un dictionnaire, la décision qu'il prend d'accepter tel mot comme connu de lui est une affaire toute personnelle.

-La conclusion de Queneau est peut-être un peu trop pessimiste.

(1) Raymond QUENEAU : *Présentation de l'Encyclopédie de la Pléiade (dans Bords)*.

Avant de poursuivre, il nous faut peut-être examiner de quoi se compose un article d'un dictionnaire de langue:

- le mot (entrée)
- des indications diverses concernant le mot (phonétique, grammaire, étymologie, ...)
- une définition (ou plusieurs) constituée d'une phrase et/ou d'une liste de mots (renseignements sur la chose)
- des exemples, et des expressions usuelles contenant le mot en question ⁽²⁾.

Exemple: le mot "marelle" dans le Petit Robert:

MARELLE : mar 1 . n.f. (XIV^e; marrelés "jeton", VII^e; p.-ê. préroman ^omarr-"pierre").
 Jeu d'enfants qui consiste à pousser à cloche-pied un palet dans les cases numérotées d'une figure tracée sur le sol. Jouer à la marelle. - La figure utilisée dans ce jeu.
Dessiner une marelle à la craie.

Comme signalé plus haut, nous nous intéresserons surtout à la "définition", mais un problème se posera lorsque le dictionnaire en proposera plusieurs (mot polysémique, ou homonymes): laquelle choisir? Plusieurs critères peuvent nous guider dans ce choix:

- la nature et le genre du mot (Ex.: livre n.m. et livre n.f.; lire n.f. et lire verbe)
- les exemples figurant en illustration des définitions
- la présence, dans le texte de la définition, d'un ou plusieurs mots déjà rencontrés au cours de la recherche
- le contexte dans lequel se trouvait le mot (s'il s'agit de celui qui a motivé l'ouverture du dictionnaire)
- enfin, bien sûr, le "bon sens" de l'individu: comme l'a si bien dit Pierre Dac:

" L'élan du coeur n'a rien de commun avec l'élan du Grand Nord. "

Nous admettrons donc, dans ce qui suit, que nous sommes en mesure de lever les ambiguïtés qui pourraient apparaître (Sinon, il nous faudrait suivre plusieurs pistes, ce qui ne changerait rien au principe, mais rendrait la recherche plus longue et reporterait le choix à la fin).

D'autre part, ce déplacement de mot en mot fait penser au jeu de la marelle (voir plus haut la définition de ce mot), d'où l'idée de visualiser cette recherche par un graphe orienté. Ce graphe représentera, sur l'ensemble des sommets (mots-entrée par lesquels on passe) la relation \mathcal{R} définie par " $X \mathcal{R} Y \iff$ le mot Y figure dans la "définition" du mot X ". Le problème qui nous intéresse, lorsque nous recherchons le sens d'un mot dans un dictionnaire, étant d'essayer d'en obtenir une "définition" qui nous satisfasse, nous allons nous attacher, à partir du graphe, à rechercher si le mot dont nous sommes parti est "définissable" pour nous; cette "définissabilité"

(2) Ceci n'est pas toujours le cas, en particulier dans les dictionnaires étrangers (anglais, entre autres) où l'article de dictionnaire ne comporte pas toujours de définition. Ainsi, dans le Collins English Learners' Dictionary nous trouvons, à l'entrée "inside" (adverbe): "Let's go inside. There is a boy inside", c'est à dire uniquement des exemples d'utilisation.

étant bien sûr relative à un individu, un dictionnaire et un instant donnés. Ceci nous amène à faire quelques conventions de notation:

Nous avons dit plus haut que la définition d'un mot dans le dictionnaire pouvait être constituée d'une phrase ou (et) d'une suite de mots ou d'expressions. Dans ce dernier cas, l'auteur du dictionnaire sous-entend que ces mots (ou expressions) isolés, donnés en explication du mot-entrée, sont des synonymes (voir plus loin) de ce dernier ou (cas plus rare) des antonymes. Nous pourrions donc admettre que le sens du mot-entrée nous sera connu dès que le sens de l'un de ces mots ou expressions synonymes (ou antonymes) le sera. Il s'agit là, évidemment, d'une schématisation mais, de toute façon, peut-on jamais prétendre connaître "le" sens "exact"⁽³⁾ d'un mot? Tout au plus peut-on, plus raisonnablement, espérer en avoir une "bonne approximation".

Soit donc la situation suivante: "le mot X sera considéré par nous comme défini dès que l'un des mots Y ou Z le sera". Nous la schématiserons par la figure 1 (on dira que les sommets Y et Z sont jumeaux).

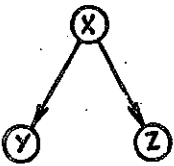


figure 1

Au contraire, lorsque la "définition" est constituée d'une phrase, trois cas peuvent se présenter:

1) Tous les mots de la phrase nous sont connus. Nous ne tirerons alors rien de plus du dictionnaire en question; il nous faut donc considérer le mot comme défini, ou chercher dans un autre dictionnaire (se soumettre ou se démettre). Ce cas sera représenté par la figure 2.



figure 2

2) Un seul mot (soit Y) de la phrase nous est inconnu. Ce cas est en quelque sorte analogue à celui d'un mot synonyme (figure 3):



figure 3

3) Plusieurs mots de la phrase nous sont inconnus. Il n'y a plus ici aucune raison de supposer que ces mots font partie d'expressions synonymes (ou antonymes). Dès lors la situation se complique: le mot-entrée ne pourra plus être considéré comme défini que lorsque tous les mots inconnus le seront. Nous schématiserons cette situation par une figure telle que la figure 4.

Cette figure signifie que le mot X ne sera défini que si Y et Z le sont (on dira alors que les sommets Y et Z sont conjointes).

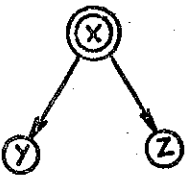


figure 4

Il peut cependant arriver que deux mots de la phrase de définition soient des synonymes "évidents" l'un de l'autre (par exemple de par la place qu'ils occupent dans cette phrase). Ainsi, dans le Dictionnaire du Français Contemporain (DFC, Ed Larousse), nous trouvons, au mot "opprobre": "honte, humiliation infligées à quelqu'un". Même en ignorant le sens de "honte" et de "humiliation", nous pouvons sans grand risque d'erreur supposer que ces deux mots ont des sens voisins. En supposant que nous ignorions également le sens de "infliger", nous sommes alors en face de la situation suivante:

X est défini \iff (Y ou Z) et T sont définis .

Ceci pourra par exemple se représenter de la façon suivante, en "dédoublant" le sommet X (figure 5).

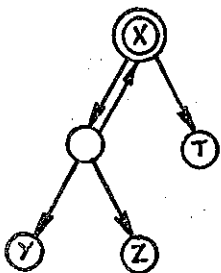


figure 5

(3) Est-ce que cela même a un sens, de parler du sens d'un mot ?

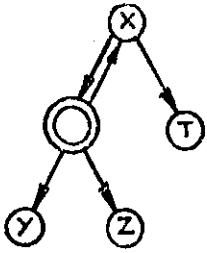


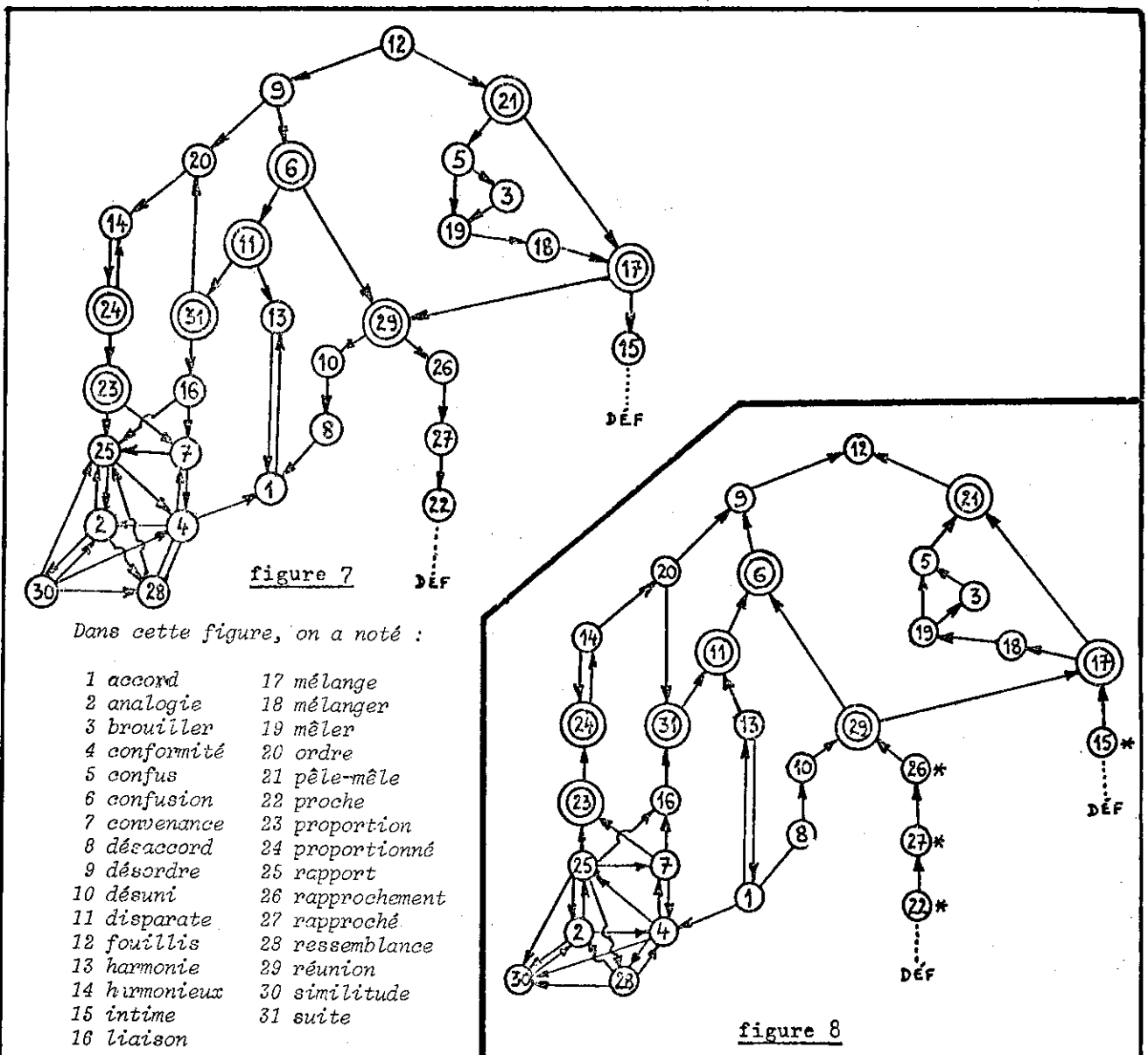
figure 6

Ce dédoublement introduit un sommet fictif, et est rendu nécessaire par le fait de l'existence des deux types de relation à partir du même sommet.

Un autre cas de dédoublement est celui de la figure 6, cas d'un mot défini à partir d'un ou plusieurs autres mots synonymes ou antonymes, ainsi que par une phrase où figurent plusieurs mots inconnus.

Les conventions de schéma faites ci-dessus sont suffisantes pour rendre compte de tous les cas qui peuvent se présenter (et qui sont basés sur et et ou). Prenons à titre d'exemple une recherche, dans le Petit Larousse, du mot "FOUILLIS":

En numérotant dans l'ordre lexicographique les mots, supposés inconnus, que l'on rencontre en cours de recherche, on peut obtenir le graphe suivant (figure 7):



Remarque: la définition donnée pour "désordre" (9) étant: "Défaut d'ordre. Confusion", nous pouvons en conclure que "ordre" (20) est un antonyme évident de "désordre" (9) (supposant connu le sens de "défaut", qui fait partie des définisseurs)

Un tel graphe de recherche étant construit, comment l'utiliser pour savoir si le mot dont on est parti est "définissable" pour nous, autrement dit si le dictionnaire dans lequel nous effectuons ladite recherche nous apporte bien l'aide souhaitée?

Dans le cas d'une recherche courte, nous "sentons bien si nous obtenons une idée assez claire du sens du mot cherché, mais dès que la recherche nous "promène" un peu plus longtemps à travers le dictionnaire, nous finissons par ne plus bien savoir où nous en sommes⁽⁴⁾. L'étude du graphe peut alors nous permettre de nous rendre compte si le dictionnaire remplit bien, à notre égard, son office d'information.

Reprenons le graphe construit pour "FOUILLIS" (figure 7) et cherchons si ce mot est définissable, au sens où nous l'avons indiqué plus haut. Nous voyons sur le graphe que le mot "netteté" (19) est définissable, puisqu'il mène à une définition que nous avons acceptée (sans mot obscur). Il en sera donc de même pour "clarté" (4), sommet qui couvre 19 et dont la définissabilité ne dépend que de la sienne, etc. Comme on le voit, nous remontons ainsi de proche en proche à partir des définitions acceptées. D'où l'idée d'utiliser le graphe inverse du graphe de départ (graphe où le sens de toutes les flèches a été inversé). Les définitions acceptées sont alors les éléments maximaux de ce nouveau graphe, et il ne restera plus qu'à cocher les mots définissables en descendant les flèches (en tenant compte, évidemment, des sommets conjoints; c'est ainsi, par exemple, que 31 ne sera définissable que dans le cas où 20 et 16 le seront). La figure 8 résume cette recherche sur le graphe inverse (les mots définissables sont accompagnés d'un astérisque). On voit sur ce graphe que seuls quatre mots sont définissables (pour le lecteur considéré), et que "fouillis", en particulier, ne l'est pas.

Cependant, si on suppose que le lecteur connaît le sens du mot "désuni" (10), alors "fouillis" est définissable; ce qui montre que le dictionnaire ne prête qu'aux riches (en vocabulaire) et que, plus le vocabulaire de départ est étendu, plus on peut l'accroître grâce à un dictionnaire (puisque davantage de mots sont définissables).

Remarquons également que les sommets 5 et 17 ne sont qu'apparemment conjoints: en effet, supposant 17 définissable, il en sera de même de 5 (par la chaîne 17 → 18 → 19 → 5, par exemple).

Fortes connexités: Si un sous-graphe du graphe que l'on a construit au départ est fortement connexe (c'est-à-dire si tout sommet de ce sous-graphe est accessible à partir de n'importe quel autre), on peut penser que ce phénomène rend compte d'un rapport de sens assez étroit entre tous les sommets de ce sous-graphe.

(4) Il y a cependant un cas au moins où nous pouvons être sûr de ne pas aboutir (même sans construire le graphe): c'est celui où la recherche nous mène à un cul-de-sac, c'est à dire à un mot ne constituant pas une entrée du dictionnaire. C'est ainsi que dans le DFC nous trouvons, à l'entrée "opprobre": "honte, humiliation infligées à quelqu'un" alors que "humiliation" ne figure pas comme entrée de ce dictionnaire. Il va de soi que ce genre de situation (tout à fait anormal) met fin à la recherche.

E

(Notons que ceci exclut -en principe- la présence de sommets conjoints dans un tel sous-graphe). On pourra d'ailleurs contrôler, grâce à un dictionnaire de synonymes, si ce rapport de sens est effectif. Dans un tel sous-graphe fortement connexe, tout sommet sera définissable dès que l'un quelconque d'entre eux le sera. On pourra donc condenser un tel sous-graphe, c'est-à-dire le remplacer par un seul sommet.

Reprenons l'exemple de "fouillis" (figure 7): les sous-graphes fortement connexes maximaux sont ceux de la figure 9:

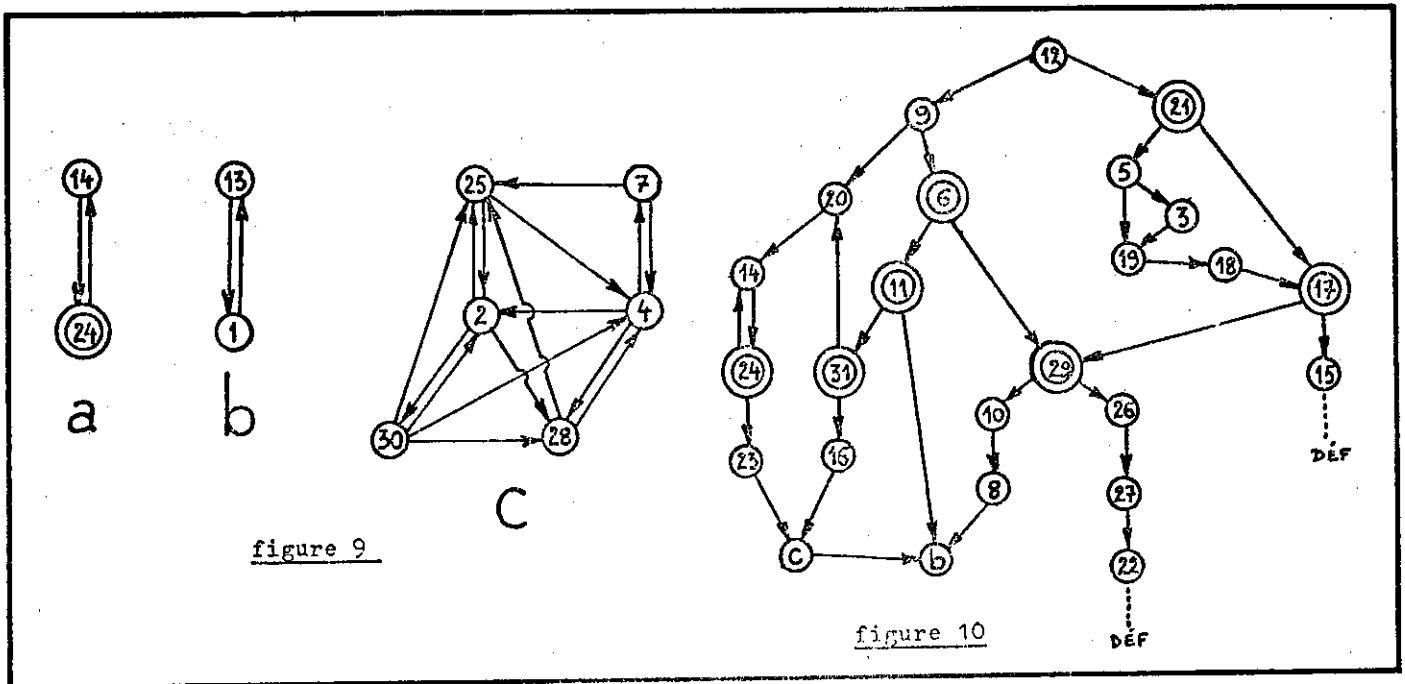


figure 9

figure 10

Nous remarquons sur les trois graphes ci-dessus que le premier (il est le seul) fait intervenir un sommet couvrant deux sommets conjoints (24), et qu'on ne pourra donc le condenser, au contraire des deux autres. Après condensation, on obtiendra donc le graphe de la figure 10:

Envisageons de nouveau le cas du sous-graphe de la figure 9c. Si, au lieu de partir de "fouillis", nous étions partis de "analogie" (2), par exemple, nous aurions trouvé comme graphe de recherche ce dernier graphe qui, finalement, nous donne pour chaque mot deux, trois ou quatre mots synonymes. Autrement dit, le dictionnaire consulté ne "définit" pas à proprement parler ces mots, mais les explique les uns par les autres. C'est ce type de graphe fortement connexe que l'on a coutume d'appeler "cercle vicieux", et c'est à ce type de phénomène que faisait allusion Queneau dans la phrase que nous avons citée plus haut. C'est d'ailleurs un but plus ou moins avoué des auteurs de dictionnaires que de "promener" le lecteur à travers les mots qu'il est difficile de définir simplement (mots "abstraites", en particulier); ils espèrent que, en lui fournissant suffisamment de synonymes, il finira bien par trouver sa pitance: "Ce sont la circularité et la redondance qui permettent au lecteur de rejoindre finalement les informations qu'il recherche, malgré les erreurs de cheminement ou d'entrée" (5)

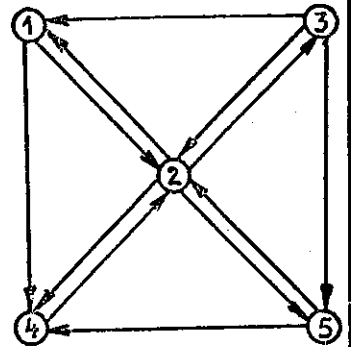
(5) cf Bibliographie n° 1.

.On trouvera un bel exemple de "cercle vicieux" dans l'encadré ci-dessous:

Le mot " AVERSION " dans le Petit Larousse.

- 1 aversion : antipathie, haine, répulsion, répugnance, répugnance extrême.
2. antipathie : aversion instinctive. Répugnance naturelle.
- 3 haine : aversion, antipathie, répulsion.
- 4 répulsion : répugnance, aversion.
- 5 répugnance : sorte d'aversion pour quelque chose, pour un acte.

D'où le trapèze ci-contre.



Ce que nous avons vu constitue donc une tentative d'approche du "sens" des mots; approche quelque peu simplificatrice, certainement, mais c'est là une dialectique que résume bien la phrase de Valéry: "Ce qui est simple est toujours faux. Ce qui ne l'est pas est inutilisable". L'hypothèse simplificatrice que nous avons faite est -rappelons-le- la suivante: lorsque deux mots ont été repérés comme synonymes pour le dictionnaire (de par leur position dans la "définition" proposée par celui-ci), nous acceptons que l'un soit définissable dès que l'autre l'est. Nous disposons également d'un moyen de contrôle: le dictionnaire de synonymes, qui nous permettra de vérifier si oui ou

LES PUBLICATIONS DE L'A. P. M. E. P.

Commandez ces brochures à votre Régionale (voir adresses page 39).

Le premier prix s'entend "port compris".

Le prix entre parenthèses est le prix "port non compris".

8. *Mots I*, 1974, 100 p., 9 F (6 F).
9. *Elem-Math I*, 1975, 56 p., 4,50 F (3 F).
10. *Carrés magiques*, par Belouze, Glaymann, Haug et Herz, 1975, 48 p., 5,50 F (4 F).
11. *Mots II*, 1975, 108 p., 9 F (6 F).
12. *Substitutions et groupe symétrique*, par J. Dautrevaux. Épuisé.
13. *Mathématique pour la formation d'adultes*, CUEEP, par P. Loosfelt et D. Poisson, 1976, 189 p., 18 F (15 F).
14. *A la recherche du noyau des programmes de mathématiques du premier cycle. Savoir minimum en fin de troisième* (IREM de Toulouse - APMEP), 1976, 220 p., 18 F (15 F). 2ème édition
15. *Mots III*, 1976, 136 p., 9 F (6 F).
16. *Elem-Math II*, 1976, 56 p., 4,50 F (3 F).
17. *Hasardons-nous*, 1976, 220 p., 29 F (25 F).
19. *Elem-Math III : La division à l'école élémentaire*, 1977, 128 p., 8 F (6 F).
20. *Quelques apports de l'Informatique à l'Enseignement des Mathématiques*, 1977, 272 p., 29 F (25 F).
21. *Géométrie au premier cycle, tome 1*, 1977, 192 p., 29 F (25 F).

Coup d'oeil retrospectif.

L'étude qui précède nous a donc permis d'approcher divers problèmes, et en particulier:

- le rapport entre synonymie/antonymie d'une part, et forte connexité du graphe d'autre part
- la notion (toute relative, comme on l'a vu) de définissabilité d'un mot (avec l'étude du graphe inverse)
- l'existence de "cercles vicieux" qui remplacent l'explication d'un mot par la donnée de mots synonymes (ou antonymes)
- l'existence des sommets conjoints dans le graphe

D'autre part les enfants, tout au long de leur scolarité, ont fréquemment recours aux dictionnaires; ce que nous venons de voir indique une direction qui permet peut-être de les utiliser un peu moins anarchiquement, et de se rendre compte de leurs limites. De plus, grâce à quelques notions -très peu nombreuses, on l'a vu, et très simples- de la théorie des graphes, ils pourront se faire une idée de ce qu'est une "bonne définition" et aborder de façon naturelle divers problèmes de français: synonymie, homonymie, polysémie, etc. En outre la théorie des graphes, relativement récente, est extrêmement féconde en ce qui concerne la déduction, et elle est encore insuffisamment exploitée dans l'enseignement des mathématiques, au niveau du Second degré.

A PROPOS DE LA SYNONYMIE

Nous avons plusieurs fois évoqué cette notion dans ce qui précède; essayons donc de voir d'un peu plus près ce que cache le mot "synonyme":

Le Petit Robert nous donne: "Se dit de mots ou d'expressions qui ont le même sens ou une signification très voisine".

Quant au DFC: "Se dit de deux ou plusieurs mots de la même catégorie (substantifs, adjectifs ou verbes) qui se présentent dans la langue avec des sens très proches et qui se différencient entre eux par une nuance (trait particulier)".

Intuitivement, on peut considérer la synonymie comme une relation binaire, S , sur l'ensemble des mots de la langue française (figurant dans un dictionnaire donné, par exemple, afin que le référentiel soit défini), ou plutôt sur l'ensemble \mathcal{L} des acceptions (sens) de ces mots (le lexique). Il semble naturel d'admettre que cette relation est réflexive et symétrique; mais peut-être faudrait-il essayer de la définir plus précisément.

D'après les dictionnaires consultés, on peut envisager de définir S de la façon suivante sur \mathcal{L} :

$$" x S y \iff x \text{ a un sens voisin de } y "$$

Cette formulation (suggérée, comme on l'a dit, par les dictionnaires) fait intervenir la notion de "voisinage" pour le sens, notion plus large et plus floue que celle d'égalité que l'on pourrait considérer a priori. En fait, certains linguistes réservent le nom de synonymie à ce dernier cas, et donnent à S le nom de parasynonymie (ou synonymie approchée). Comme c'est celle-ci que l'on rencontre de loin le plus souvent (les synonymes "vrais" étant rares), c'est elle que nous étudierons; et même, lorsqu'il n'y aura pas d'ambiguïté à craindre, nous l'appellerons tout simplement "synonymie".

L'expression "sens voisin" évoque un recouvrement partiel de sens, et c'est ce qui se passe dans la majorité des cas. Ceci ressemble un peu à ce qui se passe dans l'ensemble $\mathcal{P}(E)$ des parties d'un ensemble E , pour la relation R définie par " $A R B \iff A \cap B \neq \emptyset$ "; cette relation, réflexive et symétrique, n'est cependant pas transitive, comme on peut le voir sur la figure ci-dessous (figure 13):

Avec la définition que nous avons prise pour la (para)synonymie, cette notion est plus ou moins subjective, car comment mesurer le "degré de voisinage" de deux acceptions? Et même, à supposer que l'on puisse y arriver, à quel degré s'arrêtera-t-on? C'est pourtant là le premier problème auquel sont confrontés les auteurs d'un dictionnaire de synonymes: établir, pour chaque mot (ou plutôt pour chacune des acceptions de ce mot) une liste de ses (para)synonymes; ceci revient donc à définir la relation S par ses classes (Rappelons que la classe d'un élément x de E pour une relation binaire symétrique R définie sur E est l'ensemble des éléments de E liés à x par R : $C(x) = \{y; y \in E; x R y\}$).⁽⁶⁾

Dans le cas qui nous occupe, que peut-on dire de ces classes? La classe de x , soit $C(x)$, est ici l'ensemble des acceptions du lexique \mathcal{L} choisies qui sont "voisines" de l'acception x . La relation S étant réflexive, on peut déjà en déduire que les classes ne sont pas vides (toute classe contient au moins l'acception qui a servi à la constituer), et qu'elles constituent un recouvrement du lexique (puisque tout mot appartient à sa propre classe). Si la relation S possédait de plus la propriété d'être transitive, elle serait une relation d'équivalence et les classes constitueraient une partition de \mathcal{L} (deux classes distinctes n'auraient aucun élément commun). Or ce n'est pas le cas, à cause justement des glissements de sens. Ainsi dans le Dictionnaire des Synonymes de la langue française⁽⁷⁾, nous trouvons "respect" comme synonyme d'"égard" et aussi de "vénération", alors que "vénération" ne figure pas dans la liste des synonymes d'"égard".

La liste des (para)synonymes de chaque acception étant établie, elle est un tant soit peu arbitraire par nature, mais elle a au moins le mérite d'exister. Cherchons alors à comprendre un peu mieux cette notion de synonymie approchée, à la lumière d'un dictionnaire de synonymes (par exemple celui que nous avons cité plus haut). Dans ce dictionnaire sont explicitées les nuances (donc différences) de sens entre les différents termes voisins; on peut s'apercevoir que trois grands critères permettent de distinguer les divers mots de la classe:

- 1) les différences d'affectation: professeur/instituteur, par exemple
- 2) le degré de spécificité (sens plus ou moins précis). Ex: enseignant/professeur

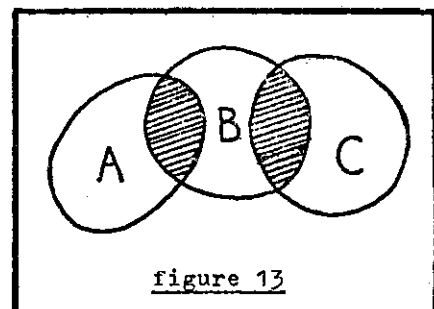


figure 13

(6) C'est grâce à la symétrie de R que l'on peut parler de classes sans préciser de quel côté.

(7) par R. Bailly (éditions Larousse).

3) le registre de langue (mot archaïque, recherché, populaire, dialectal, argotique, etc.): régent/professeur/prof.

Notons, en ce qui concerne le niveau de langue, que certains termes populaires ou argotiques, qui possédaient un sens péjoratif à l'origine, ont fini par perdre ce caractère, et sont devenus en quelque sorte des équivalents sémantiques (au niveau de langue près) des mots correspondants du langage courant; c'est par exemple le cas de "bouquin" et de "bagnole". La Sémantique définit la synonymie absolue comme étant la possibilité, pour deux termes, d'être interchangeables dans tous les contextes. Ce n'est pas le cas que nous envisageons ici, car le fait même, pour deux mots, de ne pas appartenir au même registre de langue les empêche de se substituer l'un à l'autre dans tous les cas⁽⁸⁾. Ce qui nous occupe ici, c'est le fait pour deux signifiants d'avoir le même signifié, ce signifié étant déterminé par l'ensemble des relations dans lesquelles entre le mot, au sein des énoncés où il apparaît (synonymie incomplète); nous dirons, dans ce cas, que les acceptions considérées sont sémantiquement équivalentes; en effet, la relation E définie par:

" a E b \iff a et b ont même signifié"

est une relation d'équivalence sur l'ensemble \mathcal{L} des acceptions.

Si donc on ne s'occupe que du signifié, en faisant abstraction des contextes, on constate qu'il y a des termes que le dictionnaire de synonymes ne sépare pas. Tel est le cas, par exemple, de "harassé", "brisé", "fourbu" et "rompu" pour le Bailly. L'auteur du dictionnaire considère ces termes comme des équivalents sémantiques; ou plutôt, il renonce à les distinguer parce que de signifiés "trop voisins". Il procède donc à une schématisation de la situation réelle, mais cette simplification est inévitable si l'on veut conserver à l'ouvrage des dimensions raisonnables. Nous suivrons donc l'auteur, et considérerons de telles acceptions comme de véritables équivalents.

D'autre part, le dictionnaire établit également une sorte de hiérarchie entre certains (para)synonymes d'une acception donnée, en indiquant la plus ou moins grande précision de sens d'un terme par rapport à un autre. C'est ainsi que "phare" est signalé comme plus particulier que "fanal", lui-même plus précis que "lanterne". Cette hiérarchie permet de définir une relation de pré-ordre sur l'ensemble Σ des (para)synonymes d'une acception donnée (recensés par le dictionnaire considéré):

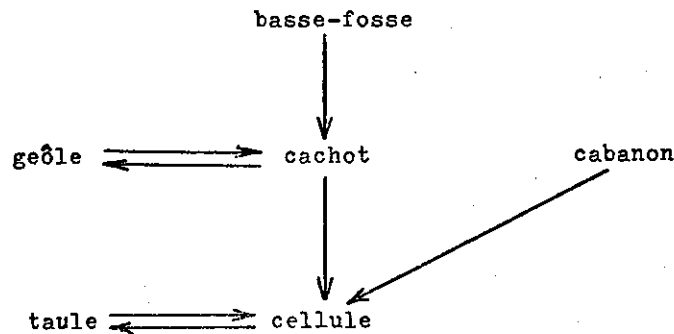
"a P b \iff le sens de a est au moins aussi précis que celui de b".

Il s'agira donc ici d'une "précision" au sens large, c'est-à-dire qu'on considérera en particulier que la relation P est réflexive. Cette relation porte, en Sémantique, le nom d'hyponymie. Le Dictionnaire de Linguistique⁽⁹⁾ la définit d'ailleurs comme "rapport d'inclusion appliqué non à la référence, mais au signifié des unités lexicales concernées"; et il cite en exemple: "chien" hyponyme d'"animal". Nous aurons donc ici: "a P b \iff a hyponyme de b" (N.B.: On dit aussi que b est un superordonné de a).

(8) La synonymie absolue est d'ailleurs un phénomène extrêmement rare.

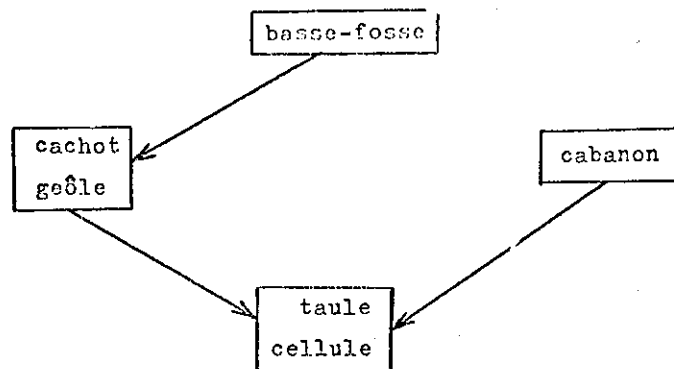
(9) par J. Dubois, L. Guespin, M. Giacomo, C. et J.B. Marcellesi et J.P. Mevel (éditions Larousse).

Remarquons d'autre part que, si deux acceptions a et b sont sémantiquement équivalentes ($a \sim b$), on a à la fois $a \sim b$ et $b \sim a$; ceci permet de représenter le graphe de l'ensemble Σ pour la relation P. Par exemple, nous obtiendrons pour une acception de "cellule" (et en négligeant les termes les plus rares):



Ce graphe offre l'avantage de visualiser la structure de l'ensemble Σ , et de montrer que "synonymie" ne signifie pas (dans la très grande majorité des cas) "interchangeabilité" -comme les élèves auraient parfois tendance à le croire- mais qu'il s'agit en fait de quelque chose de plus élaboré, où ce sont les différences sémantiques (nuances) qui importent.

Sur le graphe ci-dessus apparaissent les équivalents (doubles flèches); on peut les regrouper en considérant la relation d'hyponymie, non plus sur l'ensemble Σ , mais sur l'ensemble-quotient Σ / E ; on obtiendra alors un nouveau graphe qui, dans le cas de "cellule", sera:



C'est sur un graphe de ce type qu'apparaissent le mieux les rapports de sens entre les différents termes (abstraction faite, redisons-le, des niveaux de langue). On peut alors, à partir de ce graphe, faire une analyse plus précise du sens (en s'aidant du dictionnaire, pour comparer avec ses propres conclusions) en essayant d'associer, lorsque cela sera possible de façon simple, chaque sommet du graphe -sauf peut-être le(s) plus bas⁽¹⁰⁾- à un ensemble de traits sémantiques (sèmes), ensemble que les linguistes appellent sémème. Reprenons l'exemple de "cellule": soit S son sémème (qui pourra être, ou non, explicité); on pourra distinguer les sèmes suivants:

(10) Qui pourrait en effet prétendre expliciter le sémème d'un mot abstrait tel que "liberté" ?

- a : nature de l'occupant: fou (ou criminel dangereux)
- b : faibles dimensions
- c : obscurité
- d : souterrain.

On a alors, comme sémème de "cachot": $s(\text{cachot}) = S \cup \{b, c\} = s(\text{geôle})$
 De même: $s(\text{cabanon}) = S \cup \{a\}$ et $s(\text{basse-fosse}) = S \cup \{b, c, d\}$. Les relations E et P peuvent alors se définir de la façon suivante:

$$x E y \iff s(x) = s(y)$$

$$x P y \iff s(y) \subset s(x)$$

Il est certain que ce procédé, qui consiste à ramener une analyse sémantique à une comparaison ensembliste, est une schématisation plus ou moins fine de la situation réelle, car les rapports de sens entre divers (para)synonymes sont assurément plus subtils, mais il constitue une première approximation, que l'on pourra affiner par la suite si besoin est.

RECHERCHE DANS UN DICTIONNAIRE DE SPECIALITE. CAS DES MATHÉMATIQUES.

Des études analogues à celle qui a été envisagée au début peuvent bien sûr être faites avec des langues étrangères (utilisation du dictionnaire unilingue, seul autorisé dans certains examens). Il est encore un autre cas où on utilise un dictionnaire: lorsqu'on recherche un terme technique, ou très particulier, dans un dictionnaire de spécialité (Economie, Archéologie, Musique, Mathématiques, Linguistique, etc.) Dans un tel dictionnaire, où le domaine couvert est très restreint, le problème du choix d'une définition parmi plusieurs possibles est pratiquement inexistant; en effet, dans le cadre de la spécialité considérée, la quasi-totalité des termes sont monosémiques (une seule acception); dans les rares cas où il n'en est pas ainsi, le contexte ne laissera subsister aucun doute. C'est ainsi qu'en particulier un adjectif sera rapporté au(x) substantif(s) dont il particularise le sens. Prenons, dans le Dictionnaire des Mathématiques modernes⁽¹¹⁾, le cas de l'adjectif "principal"; ce mot représente trois entrées:

- principal (anneau)
- principal (idéal)
- principale (matrice)

Or, presque toujours, la recherche du sens d'un mot se fait, non pas in abstracto, pour le plaisir, mais à partir d'un contexte. Ce contexte ayant bien sûr trait à la spécialité considérée, on sait:

- 1°) dans quel type de dictionnaire rechercher le mot
- 2°) en cas d'ambiguïté sur le sens, choisir grâce au contexte.

Pour en revenir au Dictionnaire des Mathématiques modernes, nous allons à titre d'exemple rechercher le sens du mot "corps", mais auparavant -et pour décomposer cette recherche- nous étudierons successivement les cas des mots "groupe" et "anneau". Nos deux hypothèses de départ:

- 1°) nous sommes novice en Mathématiques
- 2°) nous connaissons une "traduction" en Français des principaux symboles mathématiques (le dictionnaire renferme d'ailleurs une liste de ces symboles)

(11) par L. Chambadal (éditions Larousse).

Comme à l'habitude, les mots rencontrés nous conduisent à d'autres mots, et ainsi de suite... Mais nous ne pourrions que très rarement - à la différence de ce qui se passait précédemment - considérer une explication comme une définition acceptable (puisque nous ignorons tout des Mathématiques). Toute recherche, ou presque, serait-elle donc pratiquement infinie pour nous, et par conséquent vouée à l'échec? Heureusement non, comme nous le verrons ci-après. D'autre part, un tel dictionnaire ne définit pas - sauf exceptions rarissimes - un mot par un mot synonyme, et jamais par plusieurs: le langage technique n'a que faire de "doublets". Ce qui fait que lorsque, dans un graphe de recherche, un sommet nous mènera à plusieurs autres, celui-là ne sera défini que si tous ceux-ci le sont (sommets conjoints).

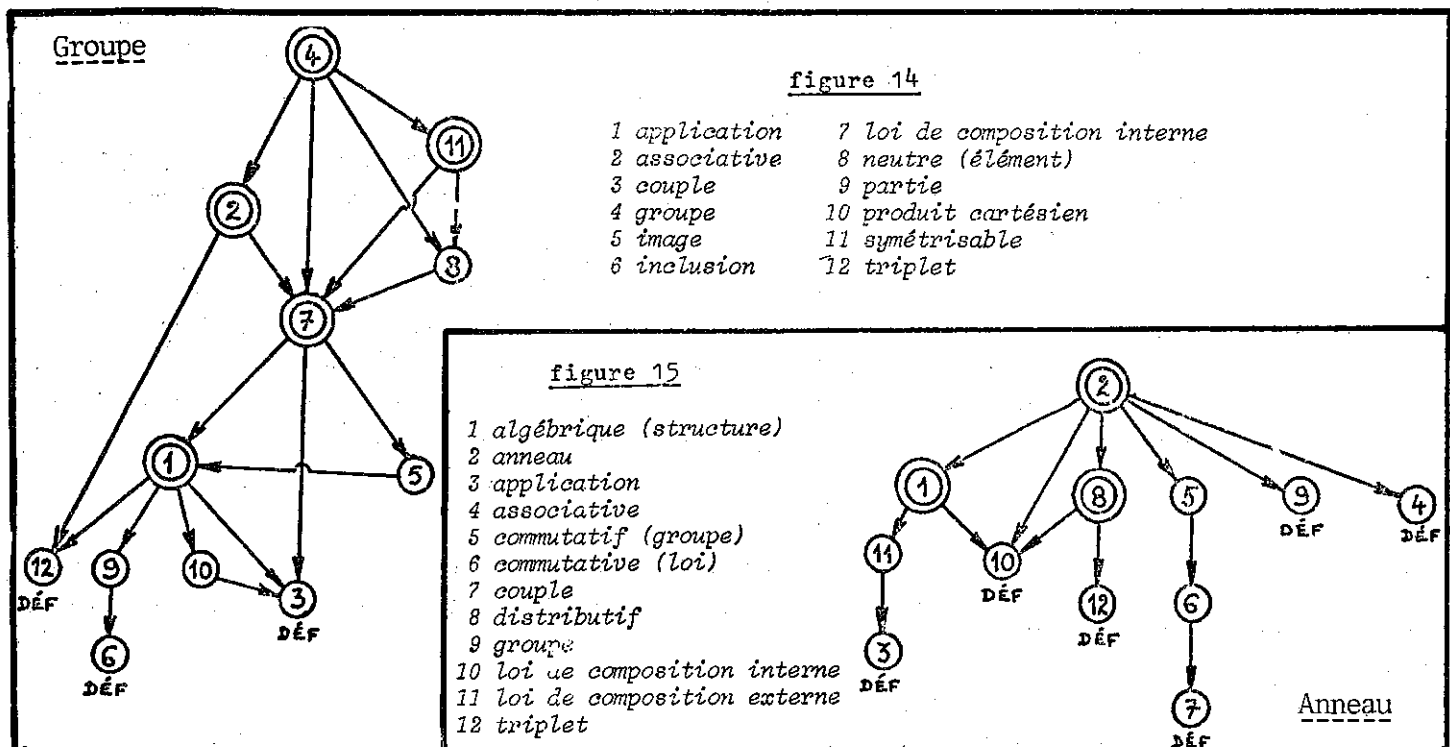
En ce qui concerne le mot "groupe", nous sommes arrêtés dans deux cas:

1°) un mot admet une définition acceptable (c'est-à-dire ne comportant aucun terme mathématique); ainsi le mot "couple": "objet mathématique formé à partir de deux autres objets x et y , et noté (x, y) ".

2°) à quatre endroits (correspondant aux mots "ensemble", "élément", "appartenance", "relation") nous trouvons, au lieu et place d'une définition, l'indication: "notion première". Cette expression constitue d'ailleurs elle-même une entrée du dictionnaire, où l'on trouve; "notion qu'on ne peut définir à partir d'autres notions sans tomber dans un cercle vicieux". Une notion première ne sera donc pas définie, mais on trouvera à la place des essais de détermination intuitive, et des exemples. Dans le cas de "relation": "Notion première. D'une manière intuitive, une relation est une assertion portant sur des ensembles, pouvant être vérifiée ou non".

Il faut donc supposer connues ces "notions premières" (qui seront notées, sur le graphe que l'on construira, comme des définitions acceptées). Ceci étant posé, tout mot-entrée du dictionnaire doit, théoriquement, être définissable.

La recherche du mot "groupe" nous donnera le graphe de la figure 14:



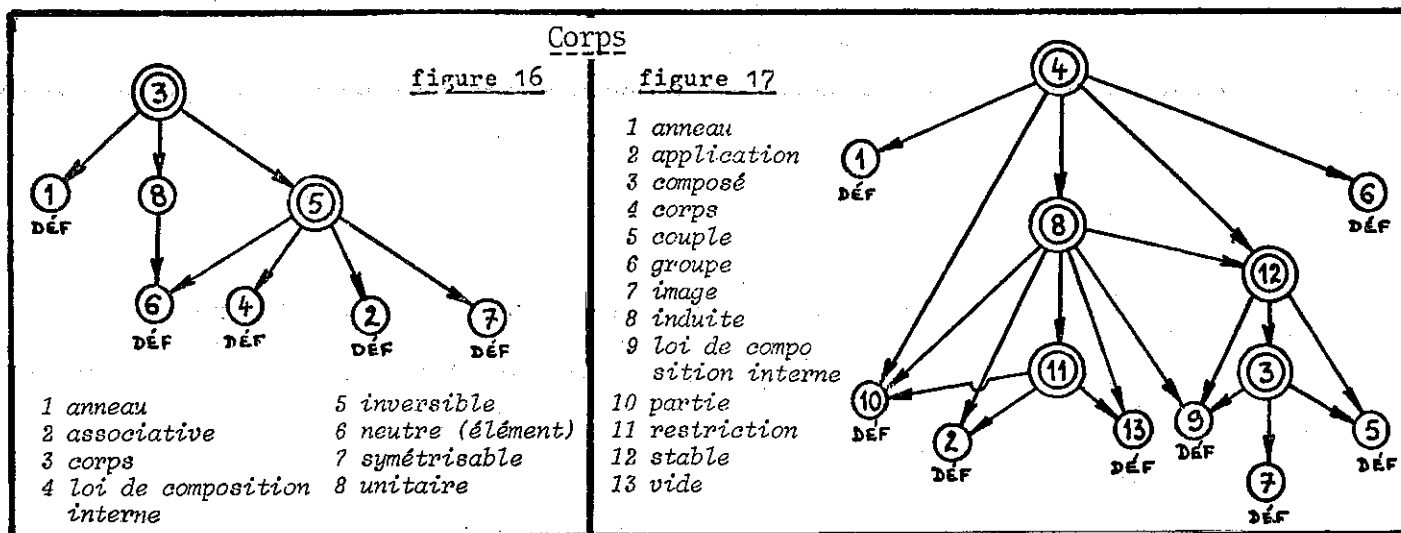
Nous voyons tout de suite que tout mot de ce graphe est définissable; nous remarquons également l'importance, dans le graphe, du sommet 7 ("loi de composition interne"): en effet, 3 arcs en partent et 4 arcs y aboutissent, soit 7 en tout. Ceci peut permettre de repérer quels sont les "notions-charnières" dans la recherche entreprise.

Recherche du mot "anneau"

Nous supposons que cette recherche vient après la précédente, et donc que le mot "groupe", ainsi que tous les mots du graphe de la figure 14, mènent à une définition; nous obtenons alors le graphe de la figure 15, où tout mot est également définissable:

Recherche du mot "corps"

A la suite des recherches précédentes, nous obtiendrons l'un des deux graphes des figures 16 ou 17; en effet, le texte nous offre deux possibilités:



A la simple vue de ces deux graphes, on s'aperçoit immédiatement que le premier est plus "économique" que le second (il comporte moins de sommets). Cependant, dans un cas comme dans l'autre, tous les mots sont définissables. C'est là la différence essentielle entre un dictionnaire de langue et un dictionnaire de Mathématiques, qui provient de la nature différente des "définitions" dans les deux cas. Dans le cas des Mathématiques, le mot a été forgé pour être une abréviation, c'est-à-dire qu'on est parti d'un texte bien précis et sans aucune ambiguïté (la définition) et qu'on a donné un "nom de baptême" à ce texte (le terme mathématique). Par construction même, il y a donc équivalence sémantique parfaite entre les deux objets (terme/définition) alors que dans la langue naturelle il n'y a, dans la très grande majorité des cas, qu'une approximation plus ou moins bonne, comme on l'a vu. En ce qui concerne les Mathématiques, cette recherche d'équivalents a pu se faire rigoureusement de proche en proche, sauf dans quelques cas (les notions premières), et c'est ce qui explique la différence de structure des graphes obtenus dans les deux cas.

Enfin, une recherche de ce type dans un dictionnaire de Mathématiques pourrait ne pas être dépourvue d'intérêt, dans le cadre d'une formation continue d'adultes n'ayant que peu de notions de mathématiques "modernes", ou les ayant

oubliées. Elle permettrait une première approche du sujet, et mettrait en évidence les notions premières (que l'on pourrait alors dégager de façon intuitive, à partir d'exemples), ainsi que les concepts les plus importants et la façon dont ils s'articulent les uns avec les autres.

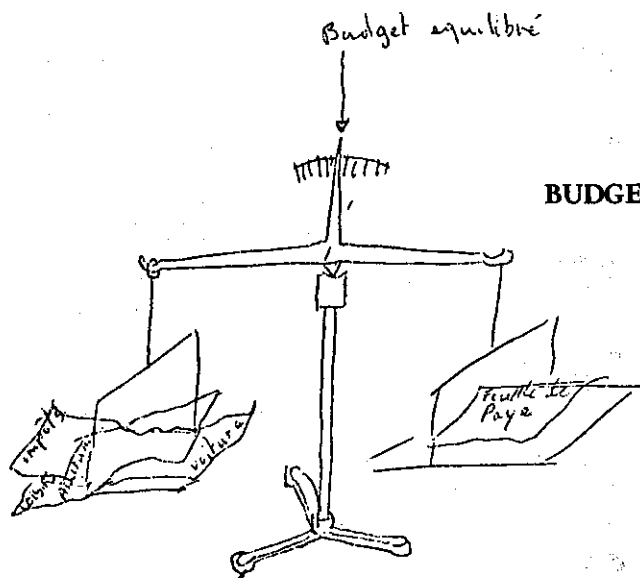
BIBLIOGRAPHIE

1. DUBOIS (J. et Cl.): Introduction à la lexicographie: le dictionnaire (éd. Larousse)
2. GENOUVRIER (E.) et PEYTARD (J.): Linguistique et enseignement du français (éd. Larousse)
3. KAUFMANN (A.): Des points et des flèches... la théorie des graphes (éd. Dunod)
4. PARZYSZ (B.): Jeux de mots (graphes et utilisation d'un dictionnaire)⁽¹²⁾
(Revue Le français moderne. Ed. d'Arctrey. Avril 76)
5. PELLET (R.): Initiation à la théorie des graphes (Entreprise moderne d'édition)
6. TUTESCU (M.): Précis de sémantique française (Klincksieck)

(12) qui a servi de base à une partie du présent article.

BUDGET D'UNE FAMILLE DE FRANÇAIS MOYENS

par Jean-Pierre HIDALGO (Limoges - Haute Vienne)



L'économie vue par un smicard...

L'expérience a eu lieu en 1974, avec des élèves de 14 à 15 ans d'une C.P.P.N., tous garçons, dans le cadre de la connaissance du monde contemporain et non en mathématiques.

La classe a reçu la visite d'une conférencière de la "Caisse d'Épargne et de Prévoyance" de Limoges qui nous a exposé la nécessité d'établir un budget familial et les rubriques de ce budget.

J'avais l'habitude après cette visite de faire établir un budget à partir des recettes d'une famille.

Cette année-là, j'intervertis les données :

"Vous allez choisir une famille de français moyens et calculer quelles devront être leurs recettes pour qu'ils puissent vivre correctement mais sans luxe inutile. "

Le choix des élèves s'est porté sur une famille composée du père, de la mère et de deux enfants un garçon de 15 ans et une fille de 8 ans.

Leur logement F 4 était une H.L.M. du Palais sur Vienne.

La mère était sans profession, le père travaillait à la SAVIEM, le garçon était en C.P.P.N. à Donzelot, la fille à l'école primaire du Palais.



Le téléphone à la maison n'a pas paru un luxe inutile.

Il n'y a eu aucun gros achat : mobilier, électro-ménager....

Les différentes dépenses ont été âprement discutées, la naissance de conflits très fréquente.

LES CHARGES FIXES

- . Impôt direct Impossible à établir, le salaire n'étant pas connu.
- . La Maison : Cote mobilière , loyer, eau, gaz, électricité, téléphone.

Nous avons profité des expériences de chacun.

- . L'assurance des personnes de la famille.
- . Le véhicule : une de nos sources a été le numéro spécial de "l'auto-journal" traitant des dépenses des voitures.

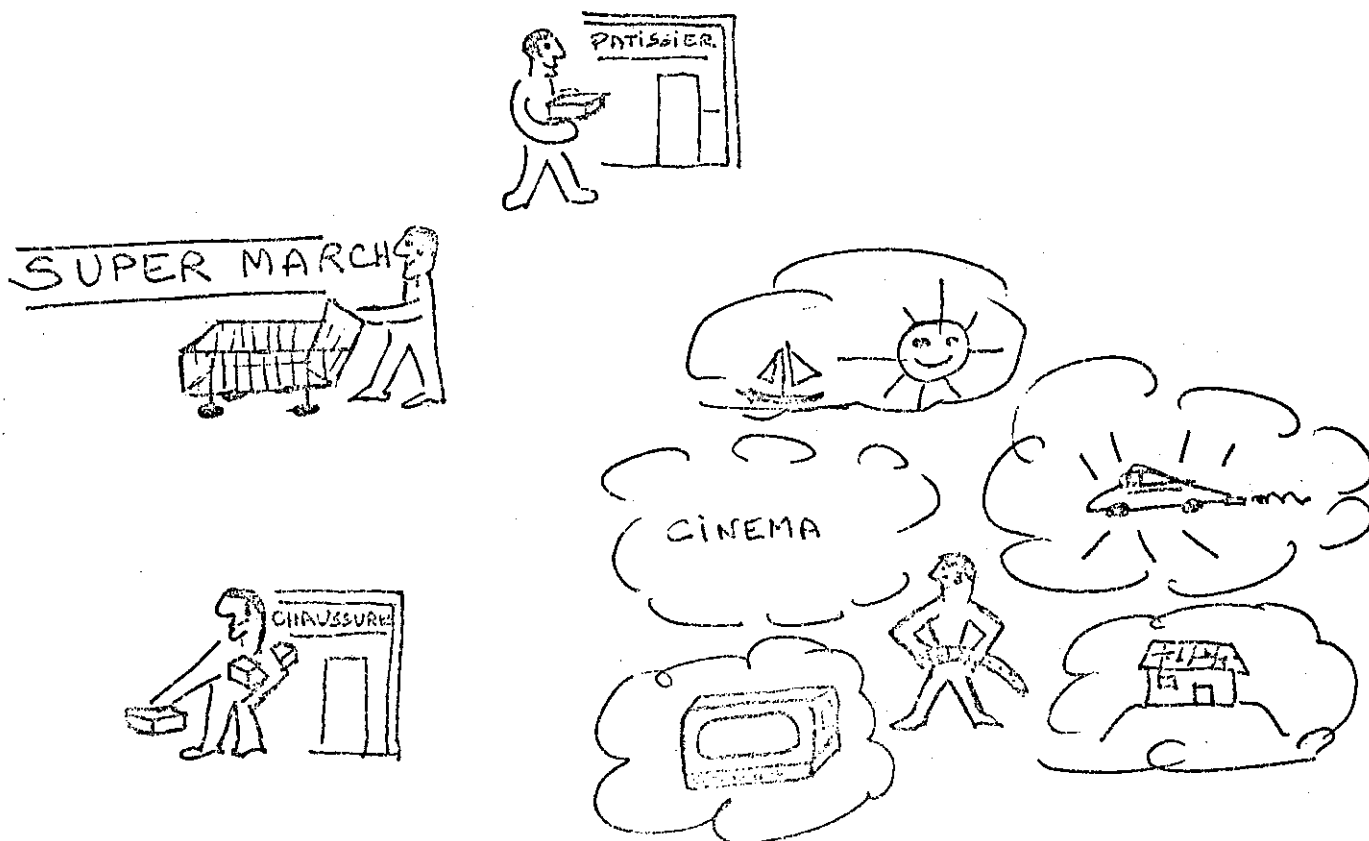
(vignette, assurance, kilomètre roulant pour 20 000 km par an, entretien, réparations (nulles) garage (nul)).

- . Argent de poche de chacun.

LES DÉPENSES COURANTES

Alimentation, boissons difficiles à estimer, la fourchette des sommes avancées étant très large. Il a fallu se baser sur le prix d'un repas dans un restaurant très moyen et rogner sur la dépense trouvée.

Il a fallu aussi un choix pour les dépenses d'hygiène et de coiffeur, d'entretien et de nettoyage, de papeterie et journaux, de tabac, de loisirs.....



LES DÉPENSES D'ÉQUIPEMENT

Vêtements Les besoins en équipement vestimentaire ont été très longuement discutés, souvent contestés. Pour le total des dépenses, notre source a été le catalogue d'une grande maison de vente par correspondance : La Redoute.

Équipement culturel et sportif

Maladie, pharmacie, frais dentaires difficiles à estimer.

Cadeaux, dons.

Vacances

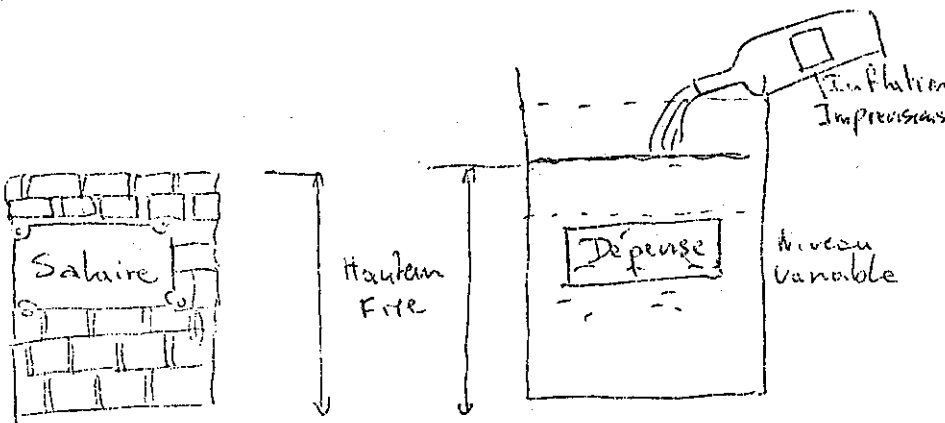
Un mois sous tente dans l'île d'Oléron, 2 séances de cinéma aucun frais supplémentaire de transport, nourriture.

REMARQUES

- . Les élèves, de milieux modestes, ont choisi une famille qui s'apparente à la leur.
- . A part le téléphone, les dépenses sont réduites : modicité de l'équipement (une 4 RL), des vacances, des loisirs.
- . La société a pesé lourdement : le père et le fils ont eu de gros besoins en argent de poche, équipement vestimentaire, la mère et la fille réduites à la portion congrue (la mère ne va pas au cinéma, ne pratique aucun sport, n'a pas d'argent de poche et la famille lui octroie royalement l'argent pour acheter une blouse par an).
- . Le résultat final (un peu plus de 3 000 F par mois de recettes obligatoires) a été rejeté par l'ensemble de la classe qui n'a pourtant pas voulu rechercher l'erreur qu'elle pensait devoir trouver.
- . Ce chiffre ne tenait pourtant pas compte des dépenses d'équipement de la maison, des impôts directs ni des économies à réaliser.

Autres remarques :

1. Ce genre d'activité peut se réaliser dans n'importe quelle classe du 1er cycle et.... d'ailleurs
 2. La situation peut se compliquer à volonté suivant le goût et les capacités des élèves. (prise en compte de l'épargne, d'achats à crédit, de l'impôt).....
 3. Les prolongements mathématiques sont aussi nombreux :
 - pourcentages (des différentes dépenses,....)
 - calcul d'intérêts (en tenant compte de l'épargne)
 - impôts
 - graphiques (par exemple évolution de dépenses au cours de l'année,.....)
- etc.....



SOLUTION

de la page 29

1	D	E	R	I	V	A	B	L	E
2	A	V	E	N	T	D	E	L	L
3	L	E	N	T	D	E	L	L	L
4	E	N	T	D	E	L	L	L	L
5	M	E	L	L	L	L	L	L	L
6	B	U	R	E	S	O	N	E	S
7	E	L	L	L	L	L	L	L	L
8	R	E	L	L	L	L	L	L	L
9	T	R	I	E	D	R	E	S	
I	D	E	R	I	V	A	B	L	E
II	A	V	E	N	T	D	E	L	L
III	L	E	N	T	D	E	L	L	L
IV	E	N	T	D	E	L	L	L	L
V	M	E	L	L	L	L	L	L	L
VI	B	U	R	E	S	O	N	E	S
VII	E	L	L	L	L	L	L	L	L
VIII	R	E	L	L	L	L	L	L	L
IX	T	R	I	E	D	R	E	S	

LIAISON MATH-TECHNO EN QUATRIEME

par Bernard POMMIER et Michel LABROUSSE (Limoges - Haute Vienne)

Pour mesurer π avec une ficelle.

Nous avons repris en 1976-1977 une expérience de coordination des programmes de Mathématiques-Technologie en classe de 4ème qui avait été commencée l'année précédente par deux collègues.

Les conditions d'expérimentation étaient, cette année, assez différentes : nous n'avons pu débiter qu'à Toussaint et uniquement avec une moitié de classe (le professeur de technologie de l'autre groupe essayant dans la mesure du possible de suivre l'expérience).

Les élèves étaient, dans l'ensemble, d'un bon niveau. Chaque professeur assistait au cours de l'autre, une heure par semaine, et intervenait pendant le déroulement du cours pour traiter soit l'aspect physique soit l'aspect mathématique de la question.

Nous avons surtout essayé de synchroniser nos enseignements

- utilisation du même langage
- notion utile à l'autre discipline traitée suffisamment tôt
- sujets traités simultanément

Ce qui suit n'est qu'une série d'impressions ou de convictions : nous avons porté principalement nos efforts sur les points suivants (l'ordre n'étant pas absolument chronologique).

- . Multiples et sous multiples du mètre et puissances de 10
- . Mesures des longueurs et utilisation des décimaux
- . Mesure statistique : approche de quelques réels ($\sqrt{2}, \pi$)*

Nous avons constaté la nécessité de représenter graphiquement quelques applications assez tôt dans l'année en mathématiques.

Ceci nécessite la mise en place du vocabulaire (abscisse, ordonnée,...) mais est très utile au physicien. On recoupe d'ailleurs la démarche qu'adopte l'équipe O.P.C. de LIMOGES.

- . Encadrements de sommes, de produits
- . Pourcentages et calcul d'incertitudes relatives
- . Problèmes amenant à la résolution d'équations du 1er degré

(par exemple, utilisation de l'égalité : distance = vitesse x temps)

*; voir détails en Annexe, page 24.

. *Projections parallèles et dessin*

(nous avons seulement entrevu ce qu'il est possible de faire)

. *Translations*

Nous avons rencontré des difficultés dues au fait que la translation technologique est la translation d'un solide : (ensemble de points matériels) on tient compte du temps et des états intermédiaires.

. *Vecteurs et forces*

Une force peut se représenter par un vecteur élément d'un espace de dimension 1.

Il nous est apparu, à cette occasion, la nécessité de choisir une présentation où la multiplication des vecteurs du plan par un réel précède la notion de graduation de droites.

(voir à ce sujet "Savoir Minimum en fin de 3e" page 127).

D'autre part, nous avons buté sur le mot "colinéaire"

- en technologie, des forces colinéaires sont portées par une même droite.

- en mathématiques, des vecteurs colinéaires ont même direction.

Nous n'avons pas à ce sujet de solutions satisfaisantes.

. *Centre de gravité de solides, de figures planes, barycentre*

(le sujet n'a été que partiellement traité)

. *Enfin d'autres sujets n'ont pu être traités par manque de temps :*

- fonction linéaire et étalonnage d'un ressort

- axiome de Thalès.

Pour ce qui est des remarques ou d'impressions plus générales, voici celles qui nous paraissent les plus significatives (elles intéressent chacun des deux professeurs et certaines ne sont que des redites).

- Importance des unités en physique, unités très souvent oubliées en mathématiques.

- Les élèves savent peu souvent utiliser "leur savoir"

(ils savaient, par exemple, résoudre toutes sortes d'équations du type $a x = b$ mais eurent beaucoup de peine le lendemain à utiliser l'égalité $vt = d$: ceci devrait peut être inciter les professeurs de mathématiques à varier le plus souvent possible les situations et à oublier de temps en temps l'inconnue idole x)

- Utilisation répétée d'instruments de dessin (planche, té, équerre,....)

- Diminution des difficultés posées par l'abstraction.

(classes d'équivalence que sont directions de droites, vecteurs ; barycentres, etc....)

- Décloisonnement des matières : on ne fait pas que de la technologie en technologie, du français en français ;

- Les élèves utilisent ce qu'ils ont appris ailleurs et, ce qui paraît important, c'est tout simplement qu'ils s'en aperçoivent. Ils entrevoyent parfois une lueur de réponse à la question "à quoi ça sert les maths ?"

- Enfin, les élèves ont semblé très sensibles à la formation de cette "mini équipe pédagogique".

Nous n'avons fait, la plupart du temps, qu'entrouvrir les portes : certains sujets n'ont été que survolés, pour d'autres nous n'avons vu que ce qu'il serait possible de faire, enfin plusieurs sujets n'ont pas été abordés.

Il reste donc un important travail à effectuer que ce soit en 4e ou en 3e.

Nous aurions souhaité, pour notre part, continuer cette année avec une classe complète de 4e mais cela n'a pas été possible.

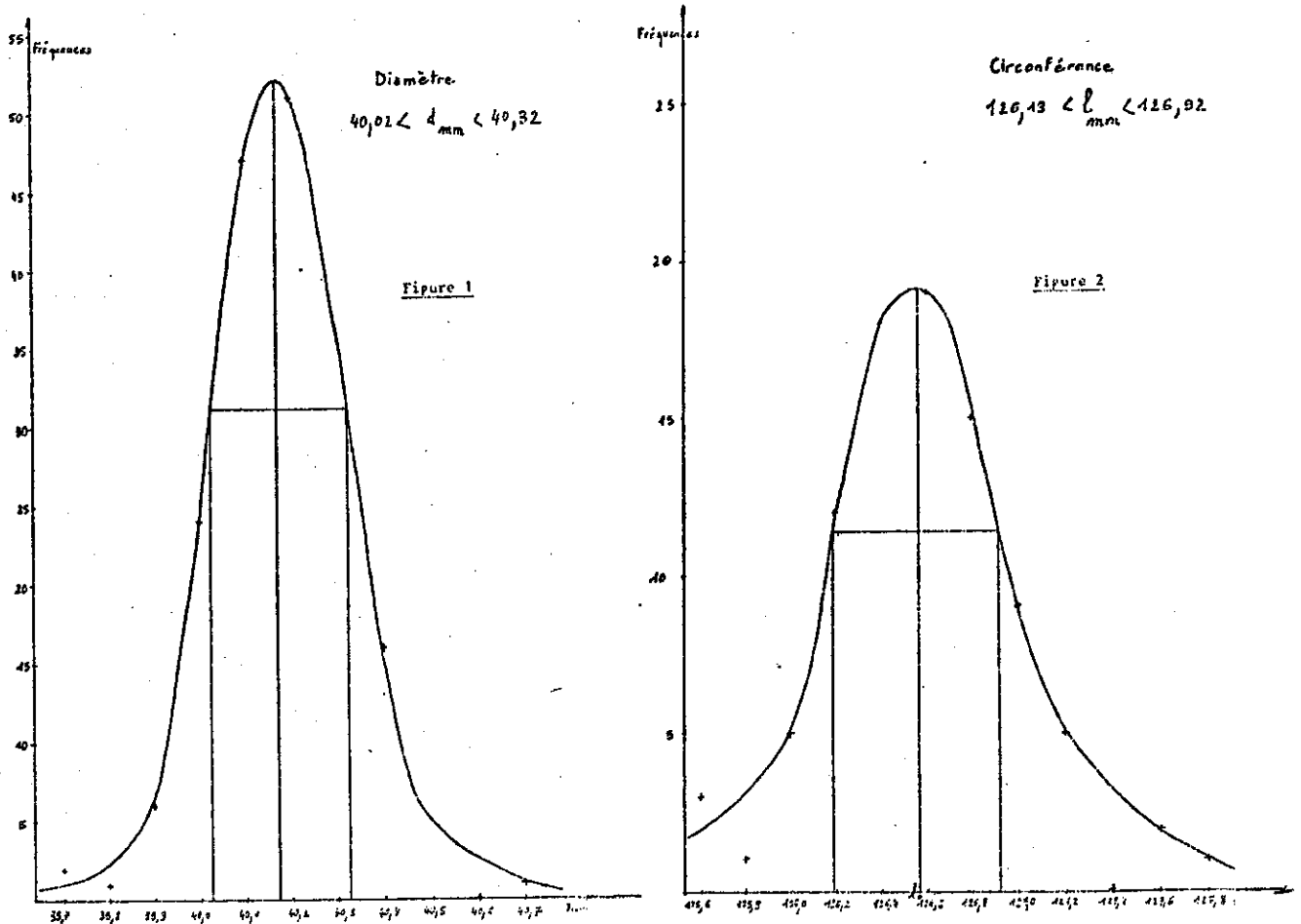
ANNEXE : MESURE STATISTIQUE DE PI

BUT DE LA MANIPULATION

Encadrer le réel π à 10^{-2} près par deux décimaux

PRINCIPES

- Mesure du diamètre d'un tuyau de plastique à l'aide d'un pied à coulisse.
- Mesure de la circonférence du tuyau à l'aide d'un fil non extensible, les élèves font 5 tours avec le fil (spires jointives) que l'on scotche au départ.



- Chaque élève fait 10 mesures pour le diamètre et 5 mesures pour la circonférence soit 180 mesures pour le 1er et 90 mesures pour la 2e (plus longue à réaliser).

RÉSULTATS

diamètres en mm	39,7	39,8	39,9	40	40,1	40,2	40,3	40,4	40,5	40,6	40,7			
Nbre de réponses trouvées	2	1	6	24	47	51	28	16	4	0	1			

On obtient la courbe (fig 1) correspondante
 On détermine le sommet en faisant la moyenne des valeurs trouvées

$$d_o = \frac{39,7 \times 2 + \dots + 40,7 \times 1}{180} = \frac{7231}{180} = 40,17 \text{ mm}$$

On cherche un encadrement du diamètre d avec une probabilité de $\frac{2}{3}$ (60 % de chance que d soit dans l'encadrement trouvé).

Les élèves mesurent sur le graphique la hauteur du sommet : 260 mm
 L'encadrement correspond à la hauteur $260 \times 0,6 = 156 \text{ mm}$
 Les élèves tracent alors une droite d'équation $y = 16,32 \text{ cm}$ et déterminent alors l'encadrement de d : $40,02 \text{ mm} < d < 40,32 \text{ mm}$

2

longueur de 5 tours en mm	628	629	630	631	632	633	634	635	636	637	638	639
longueur du cercle en mm	125,6	125,8	126	126,2	126,4	126,6	126,8	127	127,2	127,4	127,6	127,8
nombre de réponses trouvées	3	1	5	12	18	19	15	9	5	0	2	1

Moyenne pour déterminer le sommet :

$$l_o = \frac{125,6 \times 3 + \dots + 127,6 \times 1}{90} = \frac{11391,6}{90} = 126,57 \text{ mm}$$

hauteur de la courbe : 190 mm (ordonnée du sommet mesurée en cm)
 Encadrement à 60 % : (probabilité $\frac{2}{3}$)
 ordonnées : 114 mm
 abscisses $126,19 < l < 126,92 \text{ mm}$

Encadrement de π : $126,19 < l < 126,92$

$$\frac{l}{40,32} < \frac{l}{d} < \frac{l}{40,02}$$

$$3,130 < \pi = l \times \frac{1}{d} < 3,171$$

$$3,13 < \pi < 3,17$$

DIFFICULTÉS

- Erreur systématique sur la longueur l due à l'épaisseur du fil.
- Erreur systématique, "compensant" la précédente, due à l'extension du fil au cours de la mesure de la circonférence.

DU MATÉRIEL POUR LA CLASSE

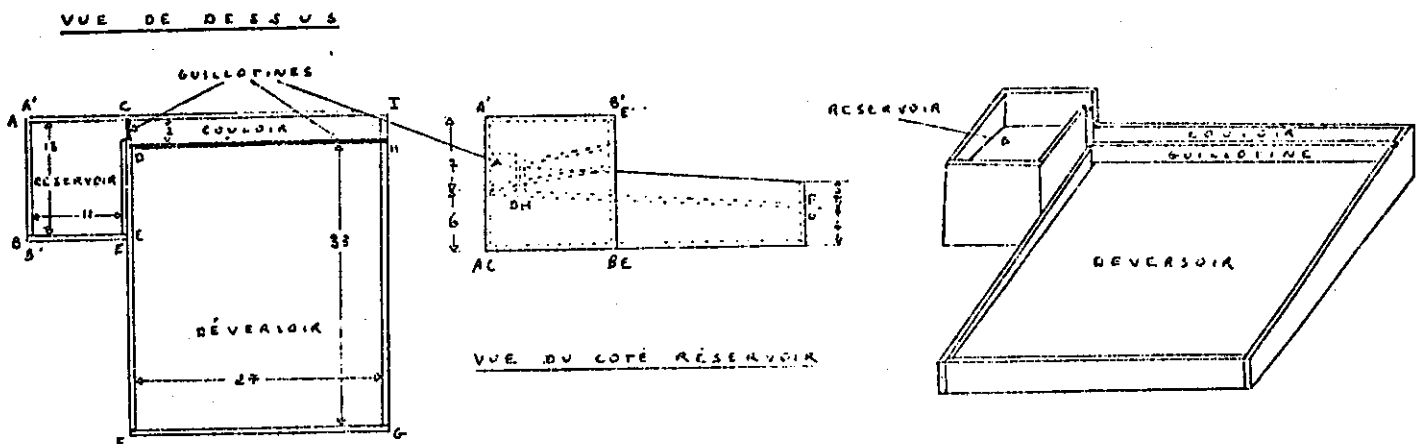
par Marc BLANCHARD et Eugène TOURSEL (Rochefort - Charente Maritime)

UNE MACHINE A DIVISER

A la fin du cours élémentaire ou au début du cours moyen, à l'école primaire, les enfants font, souvent doucement, connaissance avec la division.

Voici une machine à diviser, proposés afin d'adoucir le premier contact avec une opération réputée difficile.

Plan (lire la suite avant d'entreprendre la construction)



Les cotes sont en centimètres

Le matériau utilisé est le contreplaqué.

La machine se compose en outre de dix-sept baguettes étroites de longueur FG numérotées : q = 1 (3fois), q = 2 (3fois), q = 3 (3fois), q = 4 (2fois), q = 5, q = 6, q = 7, q = 8, q = 9, q = α , q = β , de dix baguettes de même longueur mais plus grosses numérotées q = 10 (3fois), q = 20 (3fois), q = 30 (2fois), q = 40, q = 50 et de 3 baguettes de même longueur mais encore plus grosses numérotées q = 100, q = 200, q = 300.

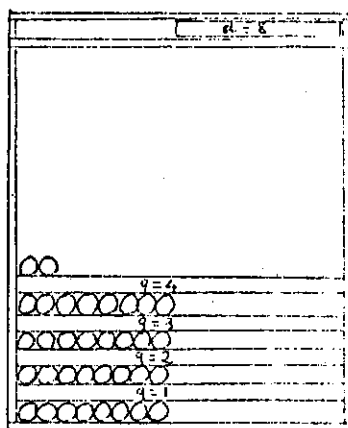
On dispose de plus de quatorze baguettes de 2 cm de large de longueurs différentes, décroissantes avec leurs numéros : d = 2, d = 3, d = 4, ... d = 14, d = 15.

Pour terminer, on a également à sa disposition 200 billes environ, de 1,5 cm de diamètre.

Fonctionnement

Soit à diviser 34 par 8.

L'élève compte 34 billes qu'il entrepose dans le réservoir. Il saisit la baguette numérotée $d = 8$ qu'il cale au fond du couloir de la machine, en contact avec la face GHI . Il convient ensuite de soulever la petite guillotine CD , le fond du réservoir est en déclivité de façon que les billes ont tendance à rouler dans le couloir. La baguette $d = 8$ est de longueur telle que lorsqu'elle est en place, 8 billes seulement peuvent se loger dans le couloir. Les billes immobilisées, on rabaisse la guillotine CD . Puis on soulève ensuite la longue guillotine DH . Le fond commun au couloir et au déversoir est déclivité, de sorte que les 8 billes roulent au bout du déversoir. On abaisse la guillotine DH . On pose ensuite la baguette étroite $q = 1$ en contact avec le fond du déversoir et les 8 billes immobiles. On recommence le processus : action de la guillotine CD , de la guillotine DH , les 8 nouvelles billes s'entassent le long de la baguette $q = 1$, on pose parallèlement à celle-ci la baguette $q = 2$ en coinçant les 8 billes immobiles. Après avoir actionné 4 fois chacune des guillottes, le déversoir est ainsi rempli :



Il reste à lire le résultat :
 quotient $q = 4$
 reste $r = 2$

On a bien : $34 = 8 \times 4 + r$, et généralement :
 $D = d \cdot q + r$ (D : dividende, d : diviseur).

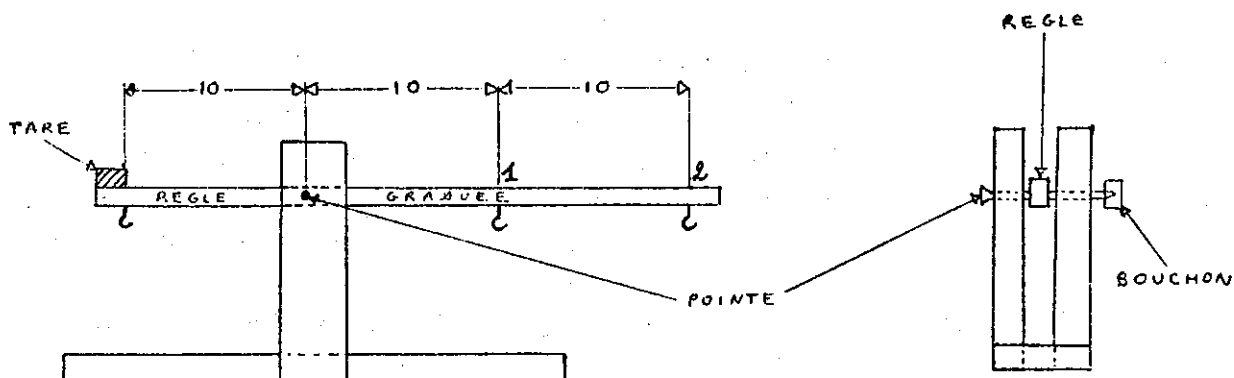
Lorsqu'on veut le résultat en base 3 par exemple, on n'utilise que les baguettes numérotées avec les chiffres 0, 1 ou 2. Ici on remplace la baguette numérotée $q = 3$, par une baguette plus grosse numérotée $q = 10$ qu'on fait suivre après une nouvelle série de billes par une nouvelle baguette $q = 1$. Le quotient est donc lu : $q = 11$.

Cette machine utilise donc le principe naturel de la division euclidienne des entiers positifs : enlever le plus grand nombre possible de fois le diviseur du dividende.

On peut peut-être établir avec les élèves l'organigramme de fonctionnement de la machine.

UNE BALANCE A TROIS PLATEAUX (*)

La balance se présente ainsi :



Les plateaux sont remplacés par des corchets. Les masses à peser seront toujours suspendues du côté de la tare, les masses marquées aux crochets 1 ou 2. Les seules masses marquées dont on dispose sont d'une unité, de 3 unités et de 9 unités (une de chaque sorte).

Les masses marquées sont des portions de feuille de plmob (aisées à étalonner), les masses à peser sont les sachets de tissu plus ou moins remplis de sable, étiquetés par leur poids (le sachet étiqueté 4 pèse 4 unités de poids), munis d'une bouche afin de les suspendre aux crochets.

Enfin la règle graduée est de 30 cm, les distances entre 2 crochets de la tare est équilibrée par une masse égale suspendue au crochet 1, ou une masse moitié suspendue au crochet 2 (théorème des moments en sciences physiques).

Pour équilibrer le sachet 5, il faudra donc mettre la masse 3 au crochet 1 et la masse 1 au crochet 2.

On peut donc dresser le tableau :

sachets	9	3	1	← masses marquées
1			1	
2			2	
3		1		
4		1	1	
5		1	2	
6		2		
7		2	1	

Pour lire ce tableau :
le sachet n° 5 (ligne 5 est équilibré par la masse 3 au crochet 1 et la masse 1 au crochet 2.

Si conventionnellement on met 0 dans les cases vides des lignes après les cases occupées, on obtient tout naturellement, les entiers positifs écrits en base 3 (jusqu'à 26)

* Sur une idée tirée de l'excellent livre d'Emma Castelnuovo et de Mario Barra : *Matematica Nella Realtà* (Boringhieri, Torino), dont on attend la traduction.

Une balance ordinaire permet d'obtenir l'écriture binaire.

Nous laissons au lecteur la peine d'imaginer des prolongements (comment obtenir les autres bases, comment faire des additions ou des soustractions avec ce matériel, quelle masse marquée supplémentaire est nécessaire pour poursuivre les pesées, etc...)

Ces deux machines ont été testées, avec succès semble-t-il dans des classes primaires à ROCHEFORT-sur-MER.

MOTS CROISÉS

(Solution page 21)

par Michel LABROUSSE (Limoges - Haute Vienne)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
I									
II							■		
III					■				
IV		■						■	
V			■				■		
VI						■			
VII									
VIII					■				
IX									■

HORIZONTALEMENT

- I. Continue nécessairement.
- II. La Science en a plusieurs - Pronom.
- III. ...mais peut être sûr - A un critère relatif aux séries de Fourier.
- IV. Peut s'attendre.
- V. Pronom - Lettres de Gauss - A donné bien des soucis aux mathématiciens.
- VI. Absorbé mais non absorbant - Note - On peut calculer sa vitesse.

- VII. Inversé : peut être de projection - Au milieu des eaux.
- VIII. Nombre - Faire une soustraction.
- IX. Parmi eux, Frenet a le sien.

VERTICALEMENT

- 1. Mathématicien français.
- 2. Débute une série - Mathématicien suisse.
- 3. Restitue - Si vous ordonnez, certains groupes portent son nom.
- 4. Une oeuvre mathématique peut difficilement l'être sans en parler.
- 5. Sur une copie, parfois - Passages.
- 6. Contemporains de Thalès - A son nombre.
- 7. Personnel - Peut être classé.
- 8. Plante - Sont peut être ceux d'une inversion.
- 9. On peut le faire de certaines solutions.

DEUX PROBLEMES POUR FAIRE L'HUMOUR ET PAS LA GUEULE

par Daniel DAVIAUD (Jonzac - Charente Maritime)

La recette de la vache à l'ail...

En Janvier 1977, j'avais proposé (entre autres) ces deux textes à ma classe de terminale D du Lycée de Jonzac. Il s'agissait d'un travail à la maison sur le thème des suites (ou progressions) géométriques. Des réflexions orales bienveillantes et certaines rédactions laissant filtrer un humour trop rare sur les copies de mathématiques me laissent penser que le caractère loufique de ces problèmes faussement concrets a plu aux élèves.

PROBLEME DE L'AIL

- *"Tout a encore augmenté ! L'ail que nous aimons tant est devenu hors de prix. Dorénavant, je cultiverai moi-même l'ail que nous consommons"*.

- *"Si tu veux savoir, nous en mangeons 500 têtes par an"*, répond Anastasie à Ernest son vieux mari.

Comme nous allons le voir, Anastasie est une femme de tête.

- *"Et je sais aussi qu'une gousse d'ail plantée en bonne lune donne une tête de cinq gousses"*, ajoute-t-elle dogmatiquement.

Alors Ernest calcule combien il devra planter de gousses pour récolter sa consommation annuelle (1).

- *"Mais mon pauvre Ernest, as-tu songé que tu dois en planter un peu plus pour récolter ce que tu planteras l'an prochain ? Ah la la ! si je n'étais pas là pour penser à tout !"*

Et le pauvre Ernest s'enfonce dans un calcul si profond qu'il en ressort avec une migraine de tous les diables (2).

C'est à ce moment qu'intervient Evariste, le jeune fils d'Ernest et Anastasie ; voilà un enfant qui n'a pas son pareil pour poser des questions idiotes aux adultes-qui-n'ont-plus-rien-à-apprendre.

- *"Mais dis donc, papa, ça ne suffira pas parce que l'année prochaine, il te faudra également planter pour récolter ce que tu planteras dans deux ans, et ainsi de SUITE chaque année"*.

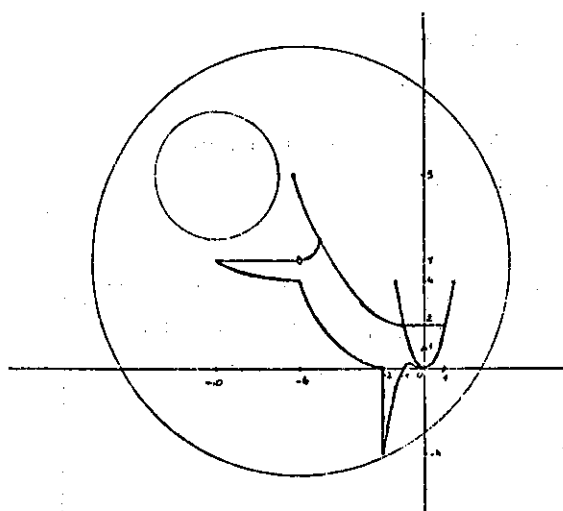
Après quelques secondes d'étonnement, Ernest entrevoit avec effroi un abîme sans fond. Si personne ne vient l'aider (3), il renoncera probablement à sa plantation et se retirera dans une grotte pour méditer sur l'infini.

(1) , (2) , (3) : c'est le numéro des questions du problème.

Le calcul de la quantité d'ail à planter n'est-il pas aussi (ir) réaliste que, par exemple, le calcul du "multiplicateur d'investissement de Keynes" ? Dans "Mathématiques, économie et gestion" (CEDIC), D. FREDON expose le calcul de ce multiplicateur de manière claire et concise à la page 34. Mais il a rappelé dans l'introduction qu' "il ne faut jamais oublier qu'un modèle mathématique a un domaine de validité restreint (parfois vide !)". Le problème de l'ail illustre cette vérité et stigmatise les technocrates en mal de formules savantes appliquées sans discernement.

PROBLEME DE LA VACHE QUI RUE

Pour illustrer le couvercle rond des boîtes de fromage "La vache qui rue", on représente dans un repère orthonormé les ensembles de points suivants



- A = {M(x,y) ; $(x + 6)^2 + (y - 5)^2 = 10^2$ }
- B = {M(x,y) ; $(x + 10)^2 + (y - 9)^2 = 3^2$ }
- C = {M(x,y) ; $-1 \leq x \leq 1$ et $y = 2$ }
- D = {M(x,y) ; $x = -2$ et $-4 \leq y \leq 0$ }
- E = {M(x,y) ; $-10 \leq x \leq -6$ et $y = 5$ }
- F = {M(x,y) ; $y = 2x^2$ et $y \leq 4$ }
- G = {M(x,y) ; $-2 \leq x \leq 0$ et $y = x^3 = x^2$ }
- H = {M(x,y) ; $x \leq -1$ et $y \leq 9$ et $y = \frac{1}{4}(x + 1)^2 + 2$ }
- I = {M(x,y) ; $-6 \leq x \leq -2$ et $y = \frac{1}{4}(x + 2)^2$ }
- J = {M(x,y) ; $-6 \leq x \leq -5$ et $y = (x + 6)^2 + 5$ }
- K = {M(x,y) ; $-10 \leq x \leq -6$ et $y = \frac{1}{16}(x + 6)^2 + 4$ }

1) Réaliser ce dessin sans recopier les études rapides des fonctions qui interviennent dans ce travail.

2) Calculer l'aire de la vache qui rue (sans doute pour prévoir la quantité d'encre).

3) On reproduit dans le petit disque le même dessin que dans le grand, à l'échelle $\frac{3}{10}$, et on réitère ceci indéfiniment. Evaluer l'aire totale de toutes les vaches qui ruent.

La seule "vacherie" de ce problème réside dans la troisième question. Comme un seul homme (j'ai bien dit qu'il s'agissait d'un travail à la maison...), toute la classe a pris $\frac{3}{10}$ pour raison.

Voilà donc une belle occasion de rappeler que la raison du plus fort est toujours la meilleure et qu'à ce jeu là aussi, il vaut mieux faire le boucher que la vache. Et toc !

PROBABLE . . . VOUS AVEZ DIT PROBABLE ?

Nous vous présentons deux commentaires de sujets d'exercices de probabilités récemment posés au Baccalauréat. Ces exercices ont en commun d'admettre chacun deux méthodes de résolution. Mais alors que dans le premier la solution est unique et que le choix de la méthode ne fait que modifier l'endroit du problème où se présente la difficulté, il en est tout autrement du second exercice où une situation faussement réelle crée une imprécision qui amène à deux solutions (et à deux résultats).

HISTOIRES DE BOULES

par Marc BLANCHARD (Rochefort - Charente Maritime)

Cet exercice a été proposé au Baccalauréat, série C, de l'Académie d'Aix-Marseille à la session de Juin 1975. Voici le texte :

Une urne contient 4 boules rouges, 3 boules noires, 1 boule blanche. On tire en une seule fois 3 boules. On veut calculer la probabilité d'avoir :

A : deux boules rouges au moins.

B : deux boules de même couleur au moins.

C : une boule de chaque couleur.

On admet l'équiprobabilité des tirages.

1°) Proposer un espace probabilisé fini permettant la description de cette situation.

2°) Calculer ensuite $p(A)$, $p(B)$, $p(C)$.

On attachera la plus grande importance à 1°. Les réponses à la deuxième question n'ont d'intérêt que si un espace probabilisé fini (Ω, \mathcal{B}, P) a été correctement défini.

L'insistance de la dernière remarque s'impose; c'est là en effet que réside l'intérêt (s'il y en a un) de cet exercice et sa difficulté. Il semble pour cela dans l'esprit des commentaires officiels du programme de la classe. En fait ici, deux solutions au moins peuvent être données, selon que l'on suppose les boules de même couleur discernables ou non.

1ère solution

Supposons d'abord les boules de même couleur discernables.

Soit U l'ensemble des boules contenues dans l'urne. On peut écrire :

$$U = \{r_1; r_2; r_3; r_4; n_1; n_2; n_3; b\}$$

Il est sans doute inutile de justifier le choix des notations !

L'univers des possibles est alors le sous-ensemble Ω de $\mathcal{P}(U)$ des parties de U à trois éléments. On a donc : $\text{card}\Omega = C_8^3$

Chaque tirage étant équiprobable, prenons $\mathcal{P}(\Omega)$ comme algèbre des événements et l'équiprobabilité sur $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega))$. Il est signalé dans l'énoncé que chaque tirage [atome de $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), p)$] est équiprobable.

$$\text{Alors : } p(A) = \frac{\text{card}A}{\text{card}\Omega} = \frac{C_4^2 \times C_4^1 + C_4^3}{C_8^3} = \frac{1}{2}$$

$$p(B) = \frac{\text{card}B}{\text{card}} = \frac{C_4^2 \times C_4^1 + C_4^3 + C_3^2 \times C_5^1 + C_3^3}{C_8^3} = \frac{11}{14}$$

$$p(C) = 1 - p(B) = \frac{3}{14}$$

2è solution

Supposons maintenant les boules de même couleur indiscernables.

Alors l'univers des possibles Ω peut s'écrire :

$$\Omega = \{rrr; rrn; rrb; rnn; rnb; nnn; nnb\}$$

Là aussi, $\mathcal{P}(\Omega)$ est prise comme algèbre des événements. La probabilité n'est plus l'équiprobabilité (il n'y a plus égalité des probabilités pour chaque singleton de Ω). Pour définir p , indiquons les images de chaque atome par le tableau suivant :

S	{rrr}	{rrn}	{rrb}	{rnn}	{rnb}	{nnn}	{nnb}
$C_8^3 \times p(S)$	C_4^3	$C_4^2 \times C_3^1$	$C_4^2 \times C_1^1$	$C_4^1 \times C_3^2$	$C_4^1 \times C_3^1 \times C_1^1$	C_3^3	$C_3^2 \times C_1^1$
$p(S)$	$\frac{4}{56}$	$\frac{18}{56}$	$\frac{6}{56}$	$\frac{12}{56}$	$\frac{12}{56}$	$\frac{1}{56}$	$\frac{3}{56}$

$$\text{Alors : } p(A) = p(\{rrr; rrn; rrb\}) = \frac{4 + 18 + 6}{56} = \frac{1}{2}$$

$$p(C) = \frac{12}{56} = \frac{3}{14}$$

$$p(B) = 1 - p(C) = \frac{11}{14}$$

Dans la première solution, la construction de (Ω, \mathcal{B}, p) est très aisée, mais le calcul des probabilités de A, B, C demande un peu de réflexion.

Dans la seconde solution, c'est le contraire. L'intérêt de l'exercice réside plutôt dans la comparaison des deux solutions que dans l'exposition d'une seule solution.

LE CASTOR ET L'INFINI

par Jean-François PIGEONNAT et Pascal MONSELLIER (Orléans - Loiret)

Cet exercice a été proposé au Baccalauréat, série B, des Académies de Lille, Rouen et d'Amiens à la session de Juin 1977. En voici le texte :

Le sexe des castors est indiscernable sans examen radiologique. On admet qu'il y a globalement autant de mâles que de femelles. Un zoo reçoit un lot de six castors, capturés au hasard, dans une forêt.

1°) Calculer les probabilités $p(A)$, $p(B)$, $p(C)$ et $p(D)$ des événements suivants :

A : "il n'y a aucun mâle dans ce lot".

B : "il n'y a qu'un mâle dans ce lot".

C : "il y a exactement deux mâles dans ce lot".

D : "il y a autant de mâles que de femelles dans ce lot".

2°) Calculer la somme : $2p(A) + 2p(B) + 2p(C) + p(D)$

Pouvait-on prévoir ce résultat ?

3°) Combien de castors un zoo doit-il acquérir pour que la probabilité d'obtenir au moins un couple soit supérieure à $\frac{15}{16}$?

Pour ceux qui ont posé cet exercice, il ne fait pas de doute qu'il était facile. En effet, ce sujet est classique pour un "bon élève" : il lui suffit de modéliser la situation en prenant pour univers des possibles $\Omega = \{M, F\}^6$ avec équiprobabilité des sextuplés de castors. Ce qui donne pour la première question :

$$p(A) = \left(\frac{1}{2}\right)^6$$

Une petite loi binômiale sans histoire, en somme.

Le point sensible de l'introduction de l'exercice est l'interprétation à donner à la phrase "On admet qu'il y a globalement autant de mâles que de femelles". A ce moment là, il semble légitime de considérer qu'il y a n castors mâles, n castors femelles, et de prendre pour univers les sous-ensembl de 6 têtes prises parmi les $2n$ de la forêt. Cette seconde interprétation est d'autant moins farfelue que la première paraît criticable. En effet, comment admettre que le fait d'avoir capturé cinq mâles ne modifie pas la probabilité pour que le dernier en soit un ? Il y aurait quand même à ce moment là cinq mâles de moins dans la forêt ! Il y en a beaucoup, nous direz-vous. Oui mais combien ? S'agit-il de la grande forêt canadienne où les castors prolifèrent ou une petite forêt du bord de Rhône où on a du mal à assurer leur survie ?

La deuxième façon de modéliser (qui est la loi hypergéométrique) donne des résultats différents. Pour la première question, le résultat est alors :

$$p(A) = \frac{C_n^6}{C_{2n}^6}$$

Si l'on compare les résultats des deux méthodes pour cette première question, on trouve :

1ère méthode (loi binômiale prévue par le rédacteur): $p(A) = \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 156.10^{-4}$

2è méthode (loi hypergéométrique, 2n castors dans la forêt) :

x n = 80 (160 castors dans la forêt) :	p(A) = 133.10 ⁻⁴
x n = 100 (200 castors) :	p(A) = 144.10 ⁻⁴
x n = 200 (400 castors) :	p(A) = 150.10 ⁻⁴
x n = 1000 (2000 castors) :	p(A) = 155.10 ⁻⁴

Les deux solutions proposées ne se contredisent pas en fait; les calculs précédents incitent à penser que l'indépendance entre la probabilité d'avoir un mâle et les captures précédentes n'est assurée que si la population de castors est "infinie". On démontre facilement, d'ailleurs, que :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{C_n^6}{C_{2n}^6} = \left(\frac{1}{2}\right)^6 \quad \text{puisque} \quad \frac{C_n^6}{C_{2n}^6} = \frac{n}{2n} \times \frac{n-1}{2n-1} \times \frac{n-2}{2n-2} \times \frac{n-3}{2n-3} \times \frac{n-4}{2n-4} \times \frac{n-5}{2n-5}$$

et que chacun de ces six facteurs a pour limite $\frac{1}{2}$. (1)

On conçoit que s'il s'était agit de capturer des lapins, le modèle binomial aurait été raisonnable : les lapins sont tellement nombreux (quand ils ne sont pas décimés par la myxomatose!) qu'il est légitime de considérer leur population comme "infinie" dans un bois de taille raisonnable (2). Mais les castors, comment évaluer leur nombre alors qu'on sait que, dans les pays où ils sont communs, ils ne se reproduisent pas de manière anarchique et adaptent sévèrement leur vie et leur progéniture au territoire dont ils disposent. Voilà une contradiction d'un problème "concret" qui montre qu'il ne suffit pas d'être mathématicien pour élever des castors ...

Pour finir, remarquons que le premier modèle permet de traiter la troisième question sans difficulté alors que le deuxième ne le permet pas à un élève de série B (ni à un autre d'ailleurs). C'est une preuve que les rédacteurs du problème supposaient, sans le dire, que la population de castors est "infinie". Ce sont des optimistes. Nous aussi, car on vient de retrouver récemment des castors dans la Loire... Vont-ils bientôt envahir (pacifiquement s'entend) ce pays où ils étaient jadis communs ? (3)

- (1) Il s'agit de la convergence de la loi hypergéométrique vers la loi binômiale.
- (2) On pourrait en dire autant du "cousin" du castor bien connu en France : le rat musqué.
- (3) Dans la série "problèmes dits concrets" ou "La mathématique à l'assaut du réel", signalons l'exercice de Grenoble (Bac C. Juin 1977) qui suppose qu'un coureur "s'entraîne sur un parcours comportant n haies numérotées de 1 à n" et que "pour chaque entier i tel que $1 \leq i \leq n$, la probabilité de renverser la i-ème haie est p" ($0 < p < 1$)... Il est clair alors que p est indépendant de la chute ou non des haies précédentes... L'auteur du sujet n'a probablement jamais fait d'athlétisme. Mais reconnaissons à son avantage qu'il serait très difficile de déterminer p autrement... Et dans la série "l'infini existe, je l'ai rencontré", on peut citer le clochard mathématicien de Rouen (Bac C. Septembre 1977) qui suit une route "indéfiniment bordée d'arbres"

UN CONTE (MATHÉMATIQUE) A VOTRE FAÇON

par Evelyne DURAN (Montlouis - Indre et Loire)

Queneau ayant ouvert, bien malgré lui, ce numéro du PLOT, il n'est pas surprenant qu'il le referme par un texte original, jamais publié ... et qu'il aurait même pu écrire !

Durant l'année scolaire 1976 - 1977, une de mes collègues de lettres m'avait proposé d'étudier avec nos élèves de troisième un texte de Raymond Queneau "Un conte à votre façon" (1). C'est une illustration des programmes d'ordinateurs grâce à laquelle le lecteur compose, selon son choix, l'histoire de "trois alertes petits pois" ou de "trois minces grands échalas" ou à défaut de "trois moyens médiocres arbustes"

J'en avais fait l'analyse scientifique (organigramme, dénombrement de tous les enchaînements possibles, etc). Ma collègue s'était chargée de l'étude littéraire, puis avait fait rédiger à tout le monde un conte "à la manière de ...".

Je vous livre le mien.

(1) On peut trouver ce texte dans :
- Revue de l'Ecole (n°10, 76-77)
- La Littérature en France depuis 1945 (Bordas, pages 392-393).

A Voulez-vous connaître l'histoire de la fraction $\frac{99}{11}$?

Si oui, continuez.

Sinon, allez en **B**.

C'était une jolie petite fraction, qui s'épanouissait au cours de mathématiques. Elle avait les yeux bleus, le haut du corps bien en chair, la taille fine et la jambe avolte. Elle avait du charme.

Si vous préférez qu'elle n'ait pas de charme, allez en **C**.

Sinon, continuez.

Un jour, dans un coin du tableau, elle fit une oeillade à une autre fraction, qui lui ressemblait comme une soeur. C'était $\frac{11}{99}$. $\frac{11}{99}$ était jolie. Elle aimait $\frac{99}{11}$.

Si vous ne voulez pas connaître la suite de leur histoire d'amour, allez en **B**.

Sinon, continuez.

Donc $\frac{99}{11}$ (qui était la plus délurée !) s'approche de $\frac{11}{99}$ par l'intermédiaire de la craie du professeur de mathématiques.

"Multiplions-nous" propose $\frac{99}{11}$.

Si vous préférez qu'elles s'additionnent, allez en **E**.

Sinon, continuez.

"Oh! Oui" répond $\frac{11}{99}$, ravie. "Mais qu'allons-nous devenir ?"

"Mais nous ne faisons qu'1. Ce sera merveilleux".

Allez maintenant en **F**.

E "Moi", répond $\frac{11}{99}$, "je préférerais qu'on s'additionne."

"Ma chère, je vous trouve bien compliquée."

"Et vous, vous êtes-vous regardée ?"

Puis toutes deux, au lieu de continuer la chicane, décidèrent d'un commun accord de se simplifier.

Et maintenant, rendez-vous en **D**.

F C'est terminé.

AU REVOIR.



B Tant pis pour vous.

D "Que vous êtes mignonne" dit 9 à $\frac{1}{9}$.

"Et vous, je vous trouve bien gracieuse" répondit l'autre brûlant d'envie de faire l'addition.

Elles se mirent à chercher leur dénominateur commun. C'était 9. $\frac{1}{9}$ prit la parole et l'initiative des opérations. "Voilà, vous êtes le dénominateur commun mais vous devez vous transformer pour que nous puissions nous unir".

9, qui trouvait décidément $\frac{1}{9}$ très jolie, décida de lui ressembler, et prit la forme $\frac{81}{9}$.

L'addition se fit alors facilement. Ainsi naquit $\frac{82}{9}$.

Et maintenant, rendez-vous en **F**.

C $\frac{99}{11}$ n'avait pas de charme donc. "Je n'ai pas assez de mollet", constata-t-elle un jour. Et pour remédier à cela elle se mit à manger, à manger. Et bientôt ses jambes doublèrent de volume. Mais qu'arrive-t-il à une fraction dont le bas du corps se multiplie par deux ? Le haut en fait, bien sûr, autant. Et voilà notre pauvre fraction avec un 198 de tour de poitrine !

Si elle vous plaît comme cela, passez à **F**.

Sinon, continuez.

" Cette fois, je suis trop grosse ", se dit-elle. Et $\frac{198}{22}$ de se mettre au régime. Un régime tellement sévère que bientôt elle ne fût plus que l'ombre d'elle-même. Quand on voyait passer 9 on avait du mal à reconnaître la svelte $\frac{99}{11}$ ou la grosse $\frac{198}{22}$. Et pourtant c'était bien la même.

Le professeur de mathématiques la promena longtemps sur le tableau avant de lui faire rencontrer $\frac{1}{9}$ et de les mener toutes deux en **D**. Allez-y aussi.

