

Une section de cube : une approche différente de celle présentée dans PLOT 15

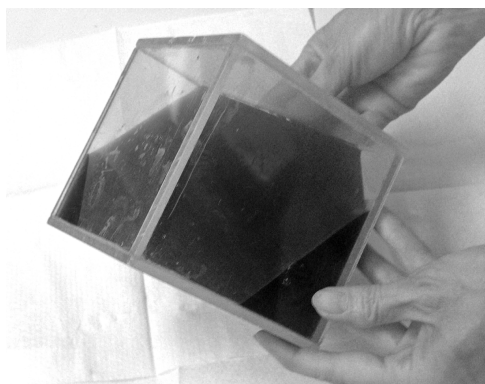
Nicole Kogej-Eymery

Nicole Kogej-Eymery est professeur à la Cité Scolaire Internationale de Lyon.

J'enseigne les mathématiques à la Cité Scolaire Internationale de Lyon où nous accueillons des enfants de 48 nationalités différentes. Dans ce cadre, je me suis constitué une petite bibliothèque de livres de mathématiques de pays étrangers et quand je trouve quelque chose susceptible de présenter « les choses » différemment, même à des élèves « franco-français », je m'en inspire.

C'est ainsi que j'ai retenu une idée japonaise de cube en plastique transparent, d'arête 10 cm, dans lequel on peut verser un liquide coloré — eau plus encre, par exemple —. J'ai demandé à des agents de l'établissement de bien vouloir en fabriquer un. En penchant le cube, cela permet de matérialiser ensuite des sections de celui-ci par un plan.

J'ai vu la possibilité de faire graduer ce cube par des élèves de façon à prévoir différents niveaux de remplissage de celui-ci pour pouvoir visualiser ainsi plus rapidement telle ou telle section.



Exemple n°1

Calcul de la « graduation » h' si l'on veut obtenir la matérialisation d'une section du type : « le triangle équilatéral ABC » (voir figure page 23).

Calcul de la hauteur SG de la pyramide :

L'apothème SJ de la pyramide est hauteur du triangle rectangle isocèle SAB donc SJ est la moitié de AB. La base ABC de cette pyramide est un triangle équilatéral, les côtés de ce dernier étant des diagonales de trois des faces du cube. Les trois autres faces de la pyramide sont des triangles rectangles isocèles identiques. G est situé au tiers de BJ à partir de J.

Le calcul donne $SG = \frac{10\sqrt{3}}{3}$.

Calcul de l'aire de la base de cette pyramide :

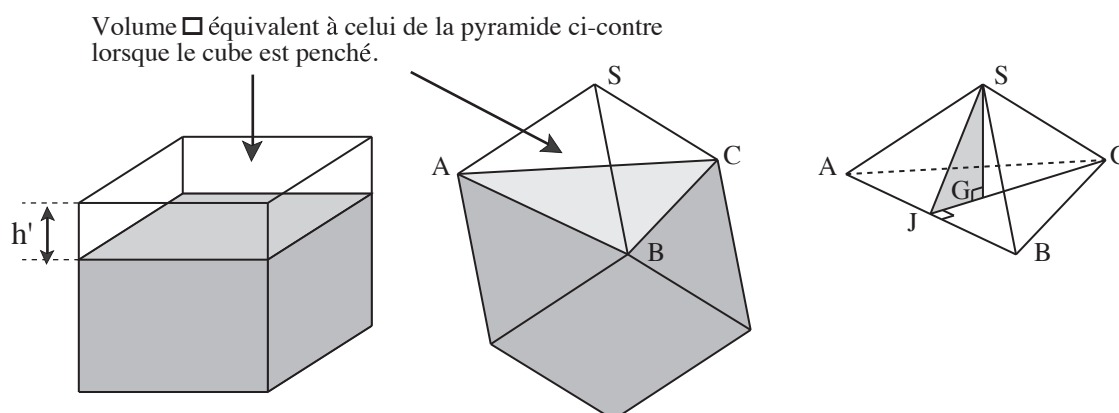
Le calcul donne $50\sqrt{3}$.

Calcul du volume de cette pyramide :

$$\frac{1}{3} \times 50\sqrt{3} \times \frac{10\sqrt{3}}{3} = \frac{500}{3}.$$

Calcul de h' :

$$h' \times 100 = \frac{500}{3}$$
$$h' = \frac{5}{3} \approx 1,7 \text{ cm.}$$

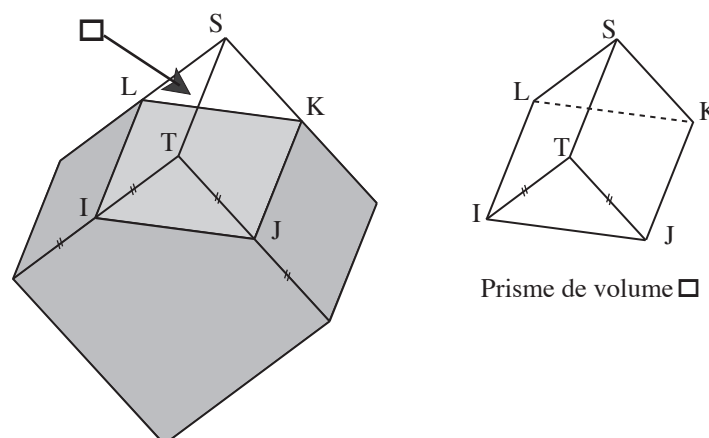


Exemple n°2

Calcul de la « graduation » h' si l'on veut obtenir la matérialisation d'une section du type « le rectangle IJKL » où I, J, K et L sont les milieux des côtés.

Le volume du prisme de base ITJ et de hauteur ST est de $\frac{5 \times 5}{2} \times 10 = 125$.

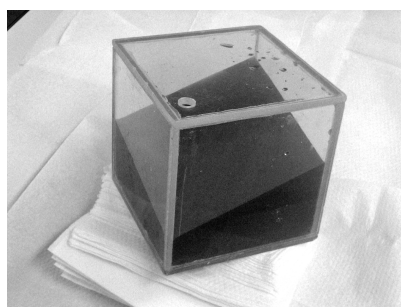
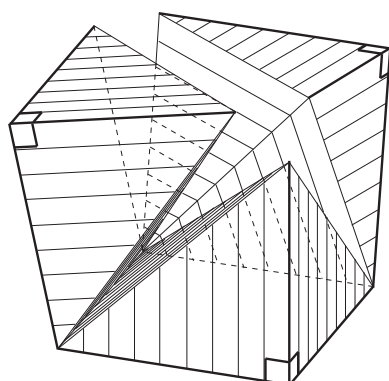
Le calcul de h' donne alors $h' = 1,25$ cm.



On peut imaginer que d'autres cubes soient fabriqués, remplis cette fois avec un liquide qui se gélifie, puis scellés. Pour une section mise en évidence par l'un d'eux, sa manipulation permettrait de voir plus aisément les deux solides obtenus après sa « section » par un plan.

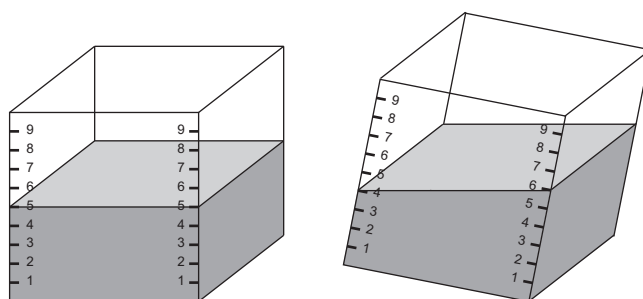
Un logiciel de géométrie dynamique dans l'espace fera tout aussi bien l'affaire pour certains. Vous pouvez par exemple consulter l'animation sur le site de l'IREM de Marseille (www.irem.univ-mrs.fr) : le logiciel *geospace* permet de visualiser le remplissage du cube par trois pyramides identiques et ainsi de faire conjecturer le volume d'une pyramide.

La pyramide envisagée dans l'exemple 1 est la moitié de chacune des pyramides ci-dessous, ce qui permet de vérifier l'exactitude du calcul de son volume puisqu'en multipliant le nombre trouvé par 6 on retrouve celui du cube, qui, rappelons-le, a un côté de 10 cm.



Partageons nos expériences

Toujours avec un liquide dans un cube, voici maintenant un « problème ouvert » possible (au plus tôt en 5^{ème}) : en penchant le cube ci-dessous, à moitié rempli au départ, on obtient toutes les façons d'obtenir 10 sous la forme de la somme de deux entiers.



Des enseignants japonais de l'école élémentaire se servent de ce matériel devant leurs élèves comme le montre cet extrait d'un manuel japonais...

かわり方調べ

●勉強すること
かわり方調べ
□と○を使った式

メモリの数が5のところまで水を入れて、ますをかきむけます。

1 ますをかたむけていくとき、水面の左のメモリと右のメモリがどのようなかわり方をするかわり方調べてみましょう。

★₁ ますを右にかたむけていくと、水面の左のメモリの数はふえていきますか、へっていきますか。また、右のメモリの数はどうか変わりますか

★₂ 左のメモリの数が8, 6のとき、右のメモリの数はそれぞれいくつになっていますか。

★₃ 左と右のメモリの数を組にして、右の表にまとめましょう。

	左	右
①	----- (8,)	
②	----- (6,)	
③	----- (5, 5)	
④	----- (3,)	
⑤	----- (2,)	

水面の左のメモリの数と右のメモリの数の間には、どんなかんけいがあるでしょうか。

★₄ 左と右のメモリの数をたした答えは、それぞれいくつになりますか。

左のメモリの数を□、右のメモリの数を○として、上のことを式に表しましょう。

NDLR : un objet sympathique que les élèves du cycle 2 pourraient manipuler pour apprendre les différentes décompositions de 10. Quant à nos collégiens de 5^{ème}, la symétrie centrale devrait leur permettre de justifier les réponses.