

♣ Baccalauréat Paris juin 1944 ♣

SÉRIE MATHÉMATIQUES

I

1^{er} sujet

Définition et interprétation géométrique de la dérivée d'une fonction $f(x)$ pour une valeur t de la variable.

Application : Calculer la dérivée de la fonction

$$(x-1)(x^2+4)$$

pour la valeur $x = 1$ et interpréter géométriquement le résultat

2^e sujet

Énoncer, sans les démontrer, les théorèmes qui permettent de déduire du signe de la dérivée le sens de variation d'une fonction.

Application : Déterminer le sens de variation de la fonction $f(x)$ définie par la relation

$$f(x) = \frac{16x^3}{27(1-x)^2},$$

lorsque x varie de -3 à $+3$.

On ne demande pas de tracer la courbe représentative.

3^e sujet

x étant la mesure d'un angle en radians, on admettra que le rapport $\frac{\sin x}{x}$ tend vers 1 lorsque x tend vers zéro.

Établir que la fonction

$$y = \cos 3x$$

admet une dérivée pour la valeur $x = x_0$ et calculer cette dérivée, x étant la mesure d'un angle en degrés.

II

On considère un cercle fixe C de centre O et de rayon a , une droite fixe D passant par O et sur cette droite, un point fixe A à la distance $2a$ du point O .

Un cercle variable Γ est tangent en A à D ; on désigne par i son centre et par B celui de ses points qui est diamétralement opposé à A .

1. α et β désignant respectivement les angles AOI et IOB , trouver la relation qui existe, quel que soit Γ , entre α et tangente β .

Pour quelle valeur de α la valeur de $\tan \beta$ est-elle maximum?

Construire l'angle α correspondant à cette valeur de $\tan \beta$.

2. Soient E le point où le segment OI coupe C, F le point où la parallèle menée de E à D coupe OB, E' et F' les projections des points E et F sur D.
Démontrer que F' est le milieu de OE'.
Quelle ligne décrit, quand Γ varie le point F?
3. Quelle doit être la puissance d'une inversion de pôle A pour que, dans cette inversion, le cercle C soit son propre inverse?
La puissance d'inversion étant ainsi choisie et l'un des cercles Γ étant dessiné, construire l'inverse du cercle Γ .
Application à la construction de ceux des cercles Γ qui sont tangents au cercle C.
4. Quelle doit être la puissance d'une inversion de pôle O pour que, dans cette inversion, n'importe quel cercle Γ soit son propre inverse?
La puissance d'inversion étant ainsi choisie, quel est l'inverse du cercle C?
Application à la construction de ceux des cercles Γ qui sont tangents au cercle C.