

## ∞ Baccalauréat - Paris juin 1951 ∞

### SÉRIE MATHÉMATIQUES ET MATHÉMATIQUES ET TECHNIQUE

#### I

##### 1<sup>er</sup> sujet

Établir la formule donnant la dérivée de la fonction  $y = \sin x$ , la variable  $x$  étant un arc exprimé en radians.

Appliquer à la fonction de  $t$  :

$$y = \sin(\omega t + \varphi)$$

où  $t$  est un temps exprimé en secondes,  $\omega$  une vitesse angulaire exprimée en radians par seconde et  $\varphi$  un arc exprimé en radians.

##### 2<sup>e</sup> sujet

Définir une primitive de la fonction  $\cos x$ ; donner (sans démonstration) l'expression de toutes ses primitives; énoncer et établir une signification géométrique d'une telle primitive (en se bornant à des valeurs de  $x$  comprises entre 0 et  $\pi$ ).

Calculer, à l'aide des tables de logarithmes, la valeur de l'aire limitée dans un plan de coordonnées à axes perpendiculaires, par l'axe des abscisses, les parallèles à l'axe des ordonnées d'abscisses  $\frac{\pi}{10}$  et  $\frac{\pi}{5}$  et l'arc correspondant de la courbe d'équation  $y = \cos x$ .

##### 3<sup>e</sup> sujet

Définir la tangente à la courbe représentative de la fonction  $y = \operatorname{tg} x$ , en un point d'abscisse arbitraire  $x_0$  (comprise entre 0 et  $\frac{\pi}{2}$ ); démontrer son existence en déterminant son coefficient angulaire.

Calculer, à l'aide des tables de logarithmes, l'angle de l'axe des abscisses avec la tangente à la courbe au point d'abscisse  $\frac{\pi}{5}$ . (axes de coordonnées perpendiculaires).

#### II

On donne dans un plan un cercle (C) de centre O et de rayon R.

1. M étant un point quelconque du plan et (D) une droite quelconque passant en M dans le plan, construire les cercles ( $\alpha$ ) et ( $\beta$ ) passant par M et tangents à la droite (D) et au cercle (C).

(On pourra utiliser une inversion de pôle M.)

A et B étant les points de contact avec (C), montrer que le cercle ABM est orthogonal à la droite (D) et au cercle (C).

2. Soit  $M'$  le point diamétralement opposé à M sur le cercle ABM.

Montrer que le lieu de  $M'$ , quand la droite (D) tourne autour de M, supposé fixe, est une droite ( $m$ ).

Quel est, dans les mêmes conditions, le lieu du point de rencontre des tangentes en A et B au cercle (C)?

3. On suppose maintenant que (D) est une droite fixe passant à la distance  $OH = \frac{R}{2}$  de O et que M est un point de (D) à la distance  $HM = x$  de H.  
Calculer, en fonction de R et  $x$ , les rayons des cercles ( $\alpha$ ) et ( $\beta$ ).  
Comment varie le rapport de ces rayons quand M décrit (D)?  
Dans les mêmes conditions, trouver les lieux des centres des cercles ( $\alpha$ ) et ( $\beta$ ).