CORRECTION DU BREVET 2012

Troisième	*Pondichéry*

I - ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (12 points)

Exercice 1

1) **Il ne pas découper des carrés de 10 cm de côté** car $88 \div 10 = 8{,}8$ et 8,8 n'est pas un entier.
2) $110 \div 11 = 10$ et $88 \div 11 = 8$. **Il peut donc découper 80 plaques de 11 cm de côté**.

3) a) Comme Tom Le Rouge veut partager son trésor avec le maximum de ses amis, souhaitant que chacun reçoive le même nombre de pièces d'or et d'argent, il faut rechercher le plus grand diviseur commun de 110 et 88.

D'après l'algorithme d'Euclide :

a	b	reste	division euclidienne
110	88	22	$110 = 1 \times 88 + 22$
88	22	0	$88 = 4 \times 22 + 0$

Le PGCD de 110 et 88 est le dernier reste non nul, c'est-à-dire 22.
Donc **la longueur du côté du carré sera de 22 cm**.

b) On réalise les opérations suivantes : $110 \div 22 = 5$ et $88 \div 22 = 4$. On pourra découper 5 carrés dans la longueur et 4 carrés dans la largeur. Or $5 \times 4 = 20$.
L'ouvrier aura donc 20 carrés par plaque.

Exercice 2

RESTAURANT « la Gavotte »		Calculs effectués
4 menus à 16,50 € l'unité	**66,00 €**	$4 \times 16{,}50 = 66{,}00$
1 bouteille d'eau minérale		
3 cafés à 1,20 €	**3,60 €**	$3 \times 1{,}20 = 3{,}60$
Sous total	**76,00 €**	$0{,}055 \times x = 4{,}18$; d'où $x = \dfrac{4{,}18}{0{,}055} = 76$
Service 5,5 % du sous total	4,18 €	
Total	**80,18 €**	$76{,}00 + 4{,}18 = 80{,}18$

En effet, prendre 5,5 % d'un nombre revient à multiplier ce nombre par $\dfrac{5{,}5}{100}$, c'est-à-dire 0,055.

Exercice 3
Comme Antoine choisit un bonbon au hasard car on ne peut pas les différencier, il s'agit d'une situation d'équiprobabilité.

Si Antoine tire un bonbon dans le pot au couvercle rouge, dans lequel il y a 6 bonbons à la fraise sur les 16, la probabilité de tirer un bonbon à la fraise est égale à $\frac{6}{16} = \frac{3}{8} = 0{,}375$.
Si Antoine tire un bonbon dans le pot au couvercle bleu, dans lequel il y a 8 bonbons à la fraise sur les 22, la probabilité de tirer un bonbon à la fraise est égale à $\frac{8}{22} = \frac{4}{11} \approx 0{,}36$.

Comme $\frac{3}{8} > \frac{4}{11}$, **Antoine a plus de chance de choisir un bonbon à la fraise dans le pot au couvercle rouge**.

II – ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES (12 points)

Exercice 1

1) $\boldsymbol{RB} = 1{,}80 - 1 \mathbf{= 0{,}80 \text{ m}}$, $\boldsymbol{CB} = 20 \text{ cm} \mathbf{= 0{,}2 \text{ m}}$ et $\boldsymbol{FG} = 75 + 20 = 95 \text{ cm} \mathbf{= 0{,}95 \text{ m}}$.

2) Comme le fond du puits et le rebord sont horizontaux, on en déduit que les droites (FG) et (CB) sont parallèles.

Dans le triangle RFG, $B \in [RG]$, $C \in [RF]$, et les droites (FG) et (CB) sont parallèles, d'après le théorème de Thalès, $\dfrac{\boldsymbol{RB}}{\boldsymbol{RG}} = \dfrac{RC}{RF} = \dfrac{\boldsymbol{CB}}{\boldsymbol{FG}}$.

Par suite, $\dfrac{0{,}8}{RG} = \dfrac{0{,}2}{0{,}95}$. D'où $0{,}2 \times RG = 0{,}8 \times 0{,}95$. Donc $RG = \dfrac{0{,}8 \times 0{,}95}{0{,}2} = 3{,}8$ m.

Or $BG = RG - RB = 3{,}8 - 0{,}80 = 3$ m.

Par conséquent, **la profondeur *BG* du puits est de 3 m**.

2) Le puits est un cylindre. Or le volume d'un cylindre est égal à $\pi \times r^2 \times h$.

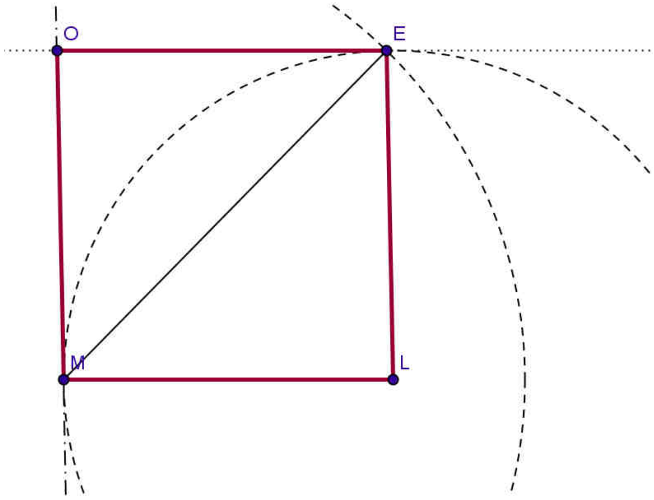
D'où le volume d'eau présent dans le puits est égal à :

$$\pi \times \left(\frac{FG}{2}\right)^2 \times BG = \pi \times (0{,}75)^2 \times 2{,}6 \approx 1{,}15 \text{ m}^3.$$

On en déduit que **le berger pourra abreuver tous ses moutons.**

Exercice 2

1)



2) **On peut affirmer que *OELM* est un losange car les codages montrent que ce quadrilatère possède 4 côtés de même longueur**.

3) $ME^2 = 5{,}6^2 = 31{,}36$ et $ML^2 + LE^2 = 4^2 + 4^2 = 16 + 16 = 32$.

Comme $ME^2 \neq ML^2 + LE^2$, d'après le théorème de Pythagore, le triangle MLE n'est pas rectangle en L.

Par conséquent, **Charlotte a raison**.

III – PROBLÈME (12 points)

Partie 1

1) Soit l la largeur du rectangle. Alors la longueur du rectangle est égale à $2 \times l$.

Par suite, le périmètre du rectangle est égal à : $2 \times l + l + 2 \times l + l = 6 \times l$.
Or le périmètre du rectangle est égal à 96 m ; d'où on obtient : $6 \times l = 96$.

On en déduit que $l = \dfrac{96}{6} = 16$.

Par conséquent, **la longueur de ce rectangle est de 32 m et sa largeur de 16 m.**

2) L'aire d'un rectangle est égale à $longueur \times largeur$. Or $32 \times 16 = 512$.
Donc **l'aire du rectangle est égale à 512 m^2**.

Partie 2

Soit c le côté du carré. Alors le périmètre du rectangle est égal à : $4 \times c$.
Or le périmètre du carré est égal à 96 m ; d'où on obtient : $4 \times c = 96$.

On en déduit que $c = \dfrac{96}{4} = 19$.

L'aire d'un carré est égale à $côté \times côté$. Or $19 \times 19 = 361$.
Donc **l'aire du carré est égale à 361 m^2**.

Partie 3

1) Le triangle OAB est un triangle équilatéral. De plus, le segment $[OH]$ est une hauteur du triangle OAB.
Or dans un triangle équilatéral, la hauteur est confondue avec la médiane.

D'où H est le milieu du segment $[AB]$, et $AH = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{16}{2} = 8$ m.

Dans le triangle OAH rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore, on a :
$AB^2 = AH^2 + OH^2$, c'est-à-dire $16^2 = 8^2 + OH^2$.
D'où $OH^2 = 16^2 - 8^2 = 256 - 64 = 192$.
Par conséquent, $\boldsymbol{OH} = \sqrt{192} = \sqrt{64 \times 3} = \sqrt{64} \times \sqrt{3}$ $\mathbf{= 8\sqrt{3}\ m \approx 13,86\ m}$.

2) **L'aire tu triangle OBA est égale à :** $\dfrac{AB \times OH}{2} = \dfrac{16 \times 8\sqrt{3}}{2} = \mathbf{64\sqrt{3}\ m^2 \approx 110,9\ m^2}$.

3) L'aire de l'hexagone est égale à 6 fois l'aire du triangle AOB. Or $6 \times 64\sqrt{3} = 384\sqrt{3} \approx 665$.
Donc **l'aire d'un hexagone régulier, de périmètre 96 m, est égale à environ 665 m^2**.

Partie 4

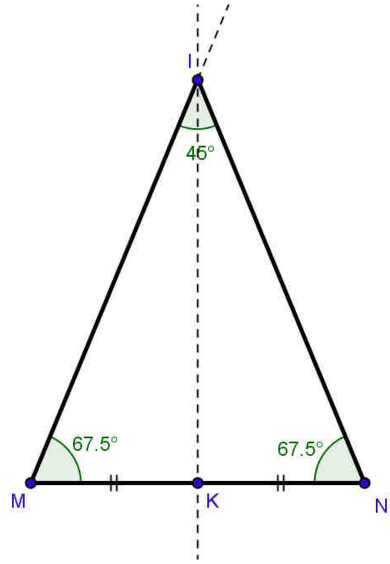
1) Un octogone régulier possède 8 côtés de même longueur. Donc son périmètre est égal à $8 \times c$, où c est son côté. Comme le périmètre est égal à 96 mètres, alors $8 \times c = 96$.

D'où $\boldsymbol{MN = c} = \dfrac{96}{8}$ $\mathbf{= 12\ m}$.

2) On trace le segment $[MN]$ qui mesure 4 cm.

Comme on est en présence d'un octogone régulier, alors $\widehat{MIN} = \dfrac{360°}{8} = 45°$.

Par suite, $\widehat{IMN} = \widehat{INM} = \dfrac{180 - 45}{2} = 67{,}5°$.



3) Sur le dessin, le segment $[IK]$ mesure 4,8 cm. Or $4{,}8 \times 3 = 14{,}4$.

Donc **le segment $[IK]$ mesure, en réalité, environ 14,4 mètres**.

4) **L'aire tu triangle *MIN* est égale à :** $\dfrac{MN \times IK}{2} = \dfrac{12 \times 14{,}4}{2}$ **$\approx 86{,}4$ m²** .

L'aire de l'octogone est égale à 8 fois l'aire du triangle *MIN*. Or $8 \times 86{,}4 = 691{,}2$.
Donc **l'aire d'un octogone régulier, de périmètre 96 m, est égale à environ 691 m²**.

Partie 5

1) Le périmètre d'un disque de rayon r est égal à $2 \times \pi \times r$.

D'où on recherche r afin que $2 \times \pi \times r = 96$. Par suite, $r = \dfrac{96}{2\pi} = \dfrac{48}{\pi}$.

Donc **il faut prendre un rayon égal à $\dfrac{48}{\pi}$ pour avoir un disque de périmètre 96 m**.

2) L'aire d'un disque de rayon r est égal à $\pi \times r^2$. Or $r = \dfrac{48}{\pi}$.

D'où $\pi \times r^2 = \pi \times \left(\dfrac{48}{\pi}\right)^2 = \pi \times \dfrac{48^2}{\pi^2} = \dfrac{2\,304\pi}{\pi^2} = \dfrac{2\,304}{\pi} \approx 733$.

Donc **l'aire d'un disque, de périmètre 96 mètres, est égale à environ 733 m²**.