Baccalauréat Pondichéry septembre 1953
série mathématiques

II. Problème

On considère la fonction

$$y = \frac{2ax^2 + ax + 3}{(x+1)^2},$$

dans laquelle a est un paramètre.

1. On suppose $a = 4$.
   Étudier les variations de y et construire la courbe représentative, C_4, dans un système d'axes $x\mathrm{O}y$.
2. On prend pour nouveaux axes de coordonnées XIY les deux asymptotes.
   Établir la nouvelle équation $Y = F(X)$ de la courbe C_4.
   En déduire l'aire de la portion de plan comprise entre la courbe, l'axe IX, la droite X $= +1$ et la droite $X' = h,\ h$ étant un nombre donné supérieur à $+1$.
   Que devient cette aire si h tend vers $+\infty$?
3. Construire la courbe C_5 correspondant à $a = 5$, dans le même système d'axes $x\mathrm{O}y$.
   Les deux courbes C_4 et C_5 ont un point commun, A, sur l'un des axes.
   Déterminer les équations des tangentes aux deux courbes en ce point.
   Calculer l'aire du triangle $\mathrm{AT}_4,\mathrm{T}_5$ formé par les deux tangentes et la parallèle équidistante de Ox et IX.
   Calculer le rapport de cette aire à la limite trouvée au **2.**
4. Lorsque a est quelconque, la fonction y du début présente un maximum ou un minimum.
   Sans préciser ce dernier détail, calculer les coordonnées $\left(x_0\ ;\ y_0\right)$ du point M correspondant, en fonction de a, et trouver la relation indépendante de a qui existe entre x_0 et y_0.
   Tracer la courbe lieu de M.