∽ Baccalauréat mathématiques Rennes juin 1937 ∾

I. - 1$^{\text{er}}$ sujet
Mouvement curviligne. Vecteur vitesse. Vecteur accélération.

I. - 2$^{\text{e}}$ sujet
équilibre d'un point matériel sur une droite ou sur un cercle, sur un plan ou sur une sphère. Cas du frottement.

I. - 3$^{\text{e}}$ sujet
Réduction des forces appliquées à un corps solide à deux forces.

II.

Sur une droite D, on donne trois points O, A, A$'$, dans cet ordre, et on donne les perpendiculaires Δ et Δ' menées à D par A et par A$'$.
Un angle droit MOM$'$ tourne autour de son sommet O, le point M étant sur Δ et le point M$'$ étant sur Δ'.
On pose OA $= \alpha$, OA$' = \alpha'$ $(\alpha < \alpha')$, $\widehat{\text{AOM}} = \theta$.

1. établir les relations

$$(1) \qquad \text{AM.A}'\text{M}' = \alpha\alpha',$$

$$(2) \qquad \overline{\text{MM}'}^2 = \frac{\alpha^2}{\cos^2\theta} + \frac{\alpha'^2}{\sin^2\theta}.$$

Déterminer tg θ de manière que MM$'$ ait une longueur donnée δ.

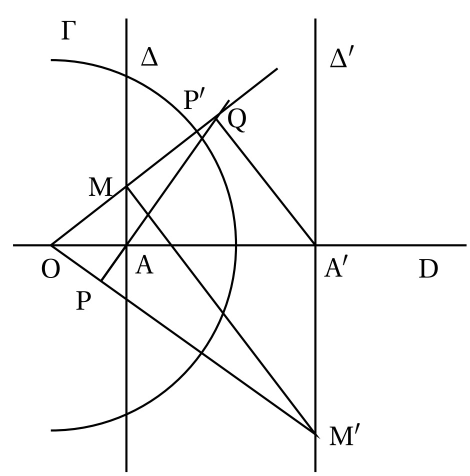
Discuter et montrer que, lorsque le minimum de δ est atteint, les deux segments AM et A$'$M$'$ sont égaux et que le rectangle dont OM et OM$'$ sont deux côtés a son quatrième sommet sur D.

2. Soient : P la projection de A sur OM$'$, P$'$ la projection de A$'$ sur OM et Q le point de rencontre des droites AP et A$'$P$'$.

Montrer que les points A, A$'$, M, M$'$, Q ont respectivement pour polaires, par rapport à la circonférence Γ de centre O et de rayon $\sqrt{\alpha\alpha'}$, les droites Δ', A$'$P$'$, AP, MM$'$.

En déduire que les droites OQ et MM$'$ sont perpendiculaires et que leur point de rencontre H est sur la circonférence de diamètre AA$'$.

À quelle courbe la droite MM$'$ reste-t-elle tangente?



2. Dans le cas particulier où $\alpha = 9$, $\alpha' = 16$ et sachant que les cinq longueurs AM, A′M′, OM, OM′, MM′ sont mesurées par des nombres entiers, trouver ces nombres.

Pour cela, on montrera d'abord que la relation (1) permet de poser

$$\text{AM} = 12\frac{p}{q},\ \text{A}'\text{M}' = 12\frac{p}{q},\ p \text{ et } q \text{ étant entiers, et}$$

on dira quelles valeurs peuvent prendre p et q pour que AM et A′M′ soient entiers. Puis on montrera que les autres conditions exigent que $9p^2 + 16q^2$ et $9q^2 + 16p^2$ soient des carrés parfaits, ce qui achèvera de déterminer p et q.

N. B. - Question de cours, sur 10 points ; problème sur 20 points.