∽ Baccalauréat Rennes juin 1946 ∽
Série mathématiques

Exercice 1 (au choix)

1er sujet

Résolution et discussion d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues, en supposant qu'aucun des coefficients n'est nul.
Interprétation géométrique.

2e sujet

Différence des puissances d'un point par rapport à deux cercles ou à deux sphères.

3e sujet

Fonction tg x ; dérivée ; représentation graphique.

Exercice 2

1. Un mouvement rectiligne est représenté par l'équation

$$(1) \qquad x = \alpha t - \beta t^2,$$

α et β étant des constantes données.
À l'origine des temps, le mobile est donc à l'origine O des abscisses avec une vitesse égale à α.
Calculer la vitesse v du mobile à l'instant t et sa vitesse moyenne w pendant l'intervalle de temps $[0 ; t]$.
Exprimer w au moyen de α et de v.
Montrer que w est égal à la vitesse du mobile à l'instant $\dfrac{t}{2}$.

2. Nous admettons qu'un certain coureur, fournissant à chaque instant le maximum de l'effort dont il est capable, voit sa vitesse diminuer proportionnellement au temps, en sorte que son mouvement est représenté par l'équation (1) avec $\alpha = 10$, $\beta = \dfrac{1}{20}$, l'unité de longueur étant le mètre et l'unité de temps étant la seconde.
La formule (1) reste valable jusqu'à l'instant t auquel la vitesse s'annule ; à ce moment, le coureur s'arrête, épuisé.
Calculer t_1, la distance parcourue x_1 et la vitesse moyenne w_1 pendant ce parcours.

3. Dans une autre course, le coureur part avec une certaine vitesse λ, comprise entre α et w_1. Son mouvement est uniforme jusqu'à l'instant θ où il a parcouru la même distance ζ que s'il avait procédé comme à la question **2.**
On a donc

$$(2) \qquad \zeta = \lambda\theta - \alpha\theta - \beta\theta^2$$

avec $\alpha = 10$, $\beta = \dfrac{1}{20}$.

On suppose qu'à cet instant θ la vitesse λ représente le maximum de ce que peut fournir le coureur et que, à partir de cet instant, la vitesse décroît proportionnellement au temps suivant la même loi qu'à la question **2.**

Montrer que, pour $t > 0$, l'équation du mouvement est

$$(3) \qquad x = \zeta + \lambda(t - \theta) - \beta(t - \theta)^2$$

et cela jusqu'à ce que la vitesse s'annule.

Montrer que la distance x_1 aura été parcourue avant que cette éventualité ne se produise.

Calculer le temps t_2 mis à parcourir la distance x_1 dans ces conditions.

4. Déterminer λ de manière que t_2 soit le plus petit possible.

Quel est ce minimum de t_2 ?

Nota. La question de cours est notée de 0 à 10 points et le problème de 0 à 20 points.