

∞ Baccalauréat Rennes septembre 1951 ∞
Série mathématiques

I

1^{er} sujet

Représentation d'une droite par une équation du premier degré.

2^e sujet

Dérivée. Signification géométrique.

Dérivée de la racine carrée d'une fonction ayant une dérivée.

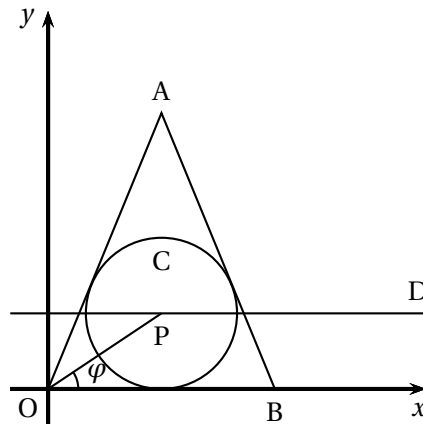
3^e sujet

Notion de fonction primitive.

Utilisation pour le calcul de certaines aires.

II

On donne deux axes rectangulaires Ox , Oy et une droite D d'équation $y = r$. Un cercle C varie en conservant un rayon constant, égal à r ; son centre P décrit la droite D et ce point est défini par l'angle $(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OP}) = \varphi$. Pour chaque position du cercle C , on construit les deux triangles isocèles OAB ($OA = AB$) dont les trois côtés sont tangents à C et dont le sommet B est sur Ox .



1. Pour l'un des triangles OAB , le cercle C est exinscrit soit dans l'angle O , soit dans l'angle B .
Quel est le lieu du point A correspondant?
2. Pour le second triangle OAB (le seul que l'on envisagera dans tout ce qui suit), le cercle C est soit le cercle inscrit (comme dans le cas de la figure), soit le cercle exinscrit dans l'angle A .
Comment distinguera-t-on ces deux cas, connaissant φ ?
Calculer les coordonnées x , y de A en fonction de r et de φ .
Démontrer la relation

$$y = \frac{2rx^2}{x^2 - r^2}.$$

Étudier les variations de cette fonction et construire la courbe représentative S, lieu de A quand φ varie, r restant fixe.

3. Une droite Δ passant par O, mais distincte de Ox et de Oy, coupe la courbe S en O et en deux autres points A_1, A_2 .

Construire géométriquement ces deux points et leur milieu.

Calculer, en fonction de r et de la pente λ de Δ , les coordonnées du conjugué harmonique Q de O par rapport à A_1 et A_2 ; en déduire le lieu de Q quand λ varie.

4. Pour le triangle OAB envisagé à la partie 2., calculer, en fonction de r et de φ , le rayon R du cercle circonscrit et la distance d du centre de ce cercle au point P.

Trouver entre R, r et $d^2 - R^2$ une relation indépendante de φ .

N. B. - Questions de cours, sur 10; problème, sur 20.