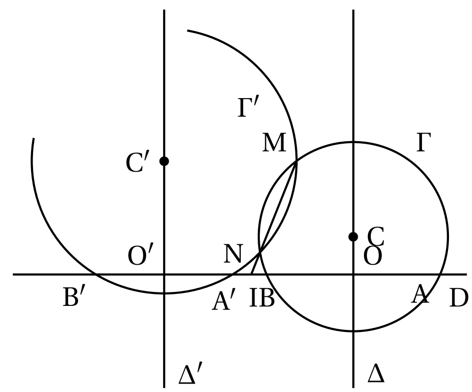
∽ Baccalauréat mathématiques Rennes septembre 1937 ∾

I. - 1er sujet
Distance d'un point à une droite en géométrie cotée.

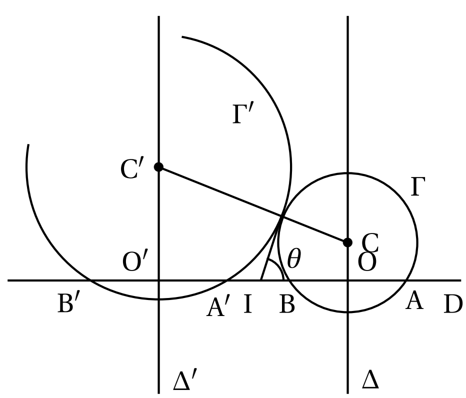
I. - 2e sujet
Distance d'un point à un plan en géométrie cotée.

I. - 3e sujet
Angle de deux droites en géométrie cotée.

II.
Sur une droite D, on donne quatre points A, B, A′, B′, dans cet ordre.
Soient O le milieu de AB, O′ le milieu de A′B′, Δ et Δ' les perpendiculaires menées à D par O et par O′
Un cercle variable Γ passe par A et B ; soit C son centre. Un cercle variable Γ' passe par A′ et B′ ; soit C′ son centre. Soient M et N les points de rencontre de Γ et Γ' quand ces cercles se coupent.
On pose $\text{OA} = \alpha$, $\text{O}'\text{A}' = \alpha'$, $\text{OO}' = \beta$ $(\alpha + \alpha' < \beta)$.



1. Montrer que la droite MN coupe D en un point fixe I et que IM × IN est constant.
   Comment faut-il modifier cet énoncé quand les cercles Γ et Γ' ne se coupent pas ?
   Calculer IO et IO′ en fonction de α, α' et β.
2. On suppose que M décrit une courbe donnée.
   Quel est le lieu de N ? Comparer les angles AMB′ et BNA′.
   Cas où le lieu de M est le cercle de diamètre AB′.
3. Lieu des points P par lesquels passent un cercle Γ et un cercle Γ' tangents entre eux.
   Comment est placée, par rapport à ce lieu, la ligne des centres CC′ des deux cercles Γ et Γ', suivant que ces cercles sont tangents entre eux, sécants, extérieurs l'un à l'autre ?



4. On suppose $\alpha = 6$, $\alpha' = 15$, $\beta = 27$, et on n'envisage que des cercles Γ et Γ' tangents entre eux ; soit P leur point de contact.
On pose $\widehat{\text{OIP}} = \theta$, $\overline{\text{OC}} = x$, $\overline{\text{O}'\text{C}'} = x'$, l'angle θ étant compté positivement dans le sens trigonométrique et les droites Δ et Δ' étant orientées comme l'indique la figure.
En projetant convenablement le contour polygonal OIPCO, démontrer la relation

$$(1) \qquad 10\cos\theta + x\sin\theta = 8.$$

En déduire que, C étant donné sur Δ, il lui correspond toujours deux points P, donc deux points C$'$.
Montrer que la construction géométrique donne le même résultat.
Établir entre x' et θ une relation analogue à la relation (1).
En déduire la relation qui lie x et x' quel que soit θ.
Application numérique : calculer $cos\theta$, $\sin\theta$ et x' quand $x = \dfrac{5}{2}$.

N. B. – Question de cours : sur 10 ; problème : sur 20. sur 20.