∽ Baccalauréat - Rio-de-Janeiro juin 1951 ∾

SÉRIE MATHÉMATIQUES

I

1er sujet
Intersection d'une droite et d'une parabole.

2e sujet
La projection orthogonale d'une circonférence est une ellipse.

3e sujet
Sections elliptiques d'un cône de révolution.

I

Soient un triangle équilatéral ABC (AB $= a$) et O le centre de son cercle circonscrit. Le sens ABC sur le cercle circonscrit est le sens positif du plan.
Soit $\mathrm{A'B'C'}$ le triangle déduit de ABC par la rotation de centre O et d'angle θ
$(0 < \theta < 120°)$ soit enfin Oz la droite transformée de OA par la rotation de centre O et d'angle $\dfrac{\theta}{2}$.

1. Montrer que les triangles ABC et $\mathrm{A'B'C'}$ sont symétriques par rapport à Oz.
   Les droites AC, $\mathrm{A'C'}$ se coupent en D, AB et $\mathrm{A'C'}$ en E, AB et $\mathrm{A'B'}$ en F. Montrer que les triangles ADE et $\mathrm{A'EF}$ sont égaux.
   On admettra dans la suite du problème les résultats précédents si l'on n'a pas pu les établir.
2. Évaluer le périmètre, et les angles du triangle $\mathrm{A'EF}$. En déduire les expressions de ses côtés en fonction de a et θ.
3. Déterminer θ pour que FE $= \dfrac{a\sqrt{3}}{3m}$, m étant un nombre positif donné, Discuter.
4. Soit $\operatorname{tg} \dfrac{\theta}{2} = t$. Montrer que $y = \mathrm{A'E} = \dfrac{2at}{3t + \sqrt{3}}$.
   On désigne par r le rayon du cercle inscrit au triangle $\mathrm{A'EF}$.
   Calculer r en fonction de y. En déduire le maximum de r quand y varie.