

❧ **Baccalauréat Rome 1950** ❧
Série mathématiques

I

1^{er} sujet

Représentation plane d'un hémisphère terrestre en projection orthographique et en projection stéréographique.

2^e sujet

Eclipse de Lune et de Soleil.

3^e sujet

Système de Copernic. Lois de Kepler.

II

1. On donne deux droites parallèles (D) et (D') coupées en A et A' par une perpendiculaire. On pose $AA' = 2a$.

Soient F et F' deux points du segment AA' symétriques par rapport à O, milieu de AA'. On pose $FF' = 2c$.

Un cercle variable (C) passe par F et F' et coupe (D) et (D'). Soient P sur (D) et P' sur (D') deux de ces points d'intersection non symétriques par rapport à la médiatrice de AA'.

Démontrer que PP' enveloppe une ellipse (E).

Démontrer que les cercles (Γ) et (Γ') de centres P et P', de rayons PA et P'A' sont tangents à MF et MF' [M étant le point de contact de PP' avec (E)].

Démontrer que

$$\frac{\overline{PM}^2}{\overline{MF} \cdot \overline{MF'}} = \frac{\overline{PA}^2}{\overline{AF} \cdot \overline{AF'}}.$$

2. On donne deux droites parallèles (D) et (D') coupées en B et B' par une perpendiculaire. On pose $BB' = 2b$.

Soient F et F' deux points situés sur la médiatrice de BB', symétriques par rapport à BB'. On pose $FF' = 2c$.

Un cercle variable (Γ) du faisceau dont F et F' sont les points limites coupe (D) et (D'). Soient N sur (D) et N' sur (D') deux de ces points d'intersection non symétriques par rapport à la droite FF'.

Démontrer que NN' enveloppe une ellipse.

3. On donne deux droites (D) et (D') se coupant en O.

Soient F et F' deux points d'une bissectrice de l'angle (D, D') symétriques par rapport à O.

Un cercle variable (C) passant par F et F' coupe (D) et (D'). Soient P et P' deux de ces points d'intersection, non symétriques par rapport à une bissectrice de (D, D').

Démontrer que PP' enveloppe une hyperbole.

Soit FT la tangente à (C) en F . Démontrer que le faisceau FT, FF', FP, FP' est harmonique.