Baccalauréat Rome septembre 1951
Série mathématiques

Géométrie descriptive

I

1$^{\text{er}}$ sujet

Détermination d'une droite passant par un point et perpendiculaire à un plan.
Appliquer à une épure où le plan est donné par sa trace horizontale et un point.
Cas particulier où cette trace est parallèle à xy.

2$^{\text{e}}$ sujet

Distance d'un point à un plan de bout.
Distance d'un point à un plan quelconque défini par deux droites concourantes.
Angle de ce plan avec le plan horizontal.

3$^{\text{e}}$ sujet

Angle d'une droite et d'un plan. Méthode.
Appliquer à une épure où la droite est horizontale et le plan donné par une frontale et un point.

II

On considère, dans un plan, deux cercles (C) et (C$'$) de centres O et O$'$, de rayons R et R$'$ tangents respectivement en I et I$'$ à une droite fixe D.

1. Montrer que, I et I$'$ étant fixes, si (C) et (C$'$) se coupent en P et Q,la droite PQ passe par un point fixe J et que le produit $\overline{\text{JP}} \cdot \overline{\text{JQ}}$ est constant.
2. On suppose maintenant que, (C) étant fixe, I$'$ variable, (C$'$) varie en coupant (C) sous un angle constant.

   Montrer par une inversion de pôle I par exemple, que les cercles (C$'$) se divisent en deux familles, les cercles $\left(\text{C}_1'\right)$ de la première étant tangents à un cercle fixe $\left(\gamma_1\right)$ tangent en I à D et les cercles $\left(\text{C}_2'\right)$ de la deuxième étant tangents à un cercle fixe $\left(\gamma_2\right)$ tangent également à D en I.

   Les cercles $\left(\gamma_1\right)$ et $\left(\gamma_2\right)$ seront déterminés par leurs rayons r_1 et r_2 exprimés en fonction de R et de α.

   Examiner les cas particuliers $\alpha = 0$ et $\alpha = \dfrac{\pi}{2}$.

   Lieu des centres O_1' des cercles $\left(\text{C}_1'\right)$ et des centres O_2' des cercles $\left(\text{C}_2'\right)$.
3. On suppose enfin que, I restant fixe, R varie, (C$'$) coupant encore (C) sous un angle constant α.

   À chaque valeur de R correspondent un cercle (γ_1) et un cercle (γ_2) ; R variant, les rayons de ces cercles, r_1 et r_2 varient.

   a. Montrer qu'à chaque valeur de R correspondent un cercle $\left(\text{C}_2'\right)$ et un cercle $\left(\text{C}_2'\right)$ tangents à D en un point I$'$ donné.

b. Établir que, si R varie, I$'$ restant fixe, les produits $r_1\mathrm{R}'_1$, $r_2\mathrm{R}'_2$, RR'_1, RR'_2, [R'_1 et R'_2 désignant les rayons de (C'_1) et (C'_2)] ont des valeurs constantes que l'on déterminera en fonction de II$'$ et de α.
Donner les valeurs de ces constantes pour $\alpha = 0$ et $\alpha = \dfrac{\pi}{2}$.