∽ Baccalauréat Métropole 12 septembre 2014 ∾
Sciences et technologies du design et des arts appliqués

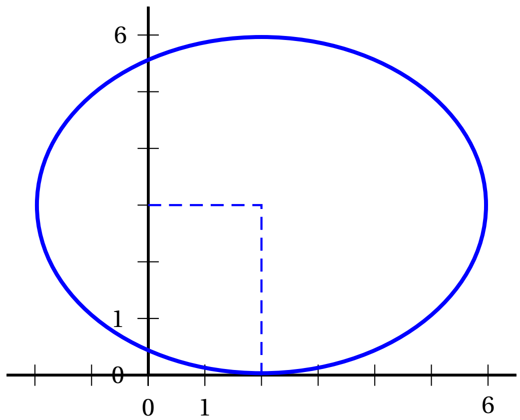
EXERCICE 1 **5 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Parmi les réponses proposées, une seule est correcte. On indiquera sur la copie, pour chaque question, la lettre correspondant à la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée. Toutes les questions sont indépendantes. Les réponses exactes rapportent un point.

1. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 1$.
La tangente à la courbe de f au point d'abscisse 1 a pour équation :

a. $y = 0$ **b.** $y = x - 4$ **c.** $y = 4x - 1$ **d.** $y = -4x + 1$

2. On considère l'ellipse tracée dans un repère sur la figure ci-dessous :



Une équation de cette ellipse est :

a. $\dfrac{(x-2)^2}{16} + \dfrac{(y-3)^2}{9} = 1$

b. $\dfrac{(x+2)^2}{16} + \dfrac{(y+3)^2}{9} = 1$

c. $\dfrac{(x-2)^2}{9} + \dfrac{(y-3)^2}{16} = 1$

d. $\dfrac{(x-2)^2}{9} + \dfrac{(y+3)^2}{16} = 1$

3. L'équation : $2x^{0,5} = 6$

a. n'a pas de solution **b.** a pour solution 3.
c. a pour solution $\sqrt{3}$. **d.** a pour solution 9.

4. La section du demi-cône de révolution avec un plan parallèle à la hauteur du cône ne passant pas par le sommet du cône est :

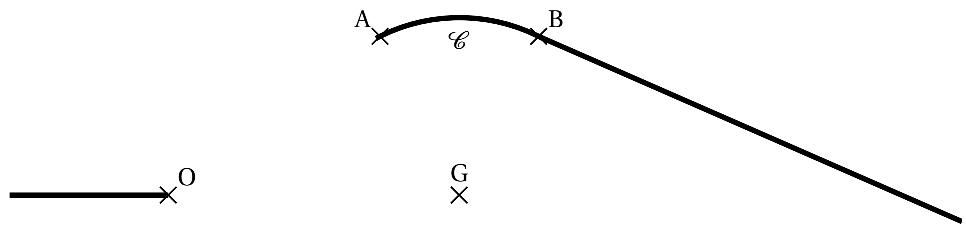
a. une branche d'hyperbole **b.** un cercle **c.** une parabole **d.** une ellipse

5. L'équation $2x^2 - 3x - 2 = 0$

a. n'admet aucune solution. **b.** admet deux solutions : -2 et $\dfrac{1}{2}$.
c. admet deux solutions : $-\dfrac{1}{2}$ et 2. **d.** admet deux solutions : -2 et $-\dfrac{1}{2}$.

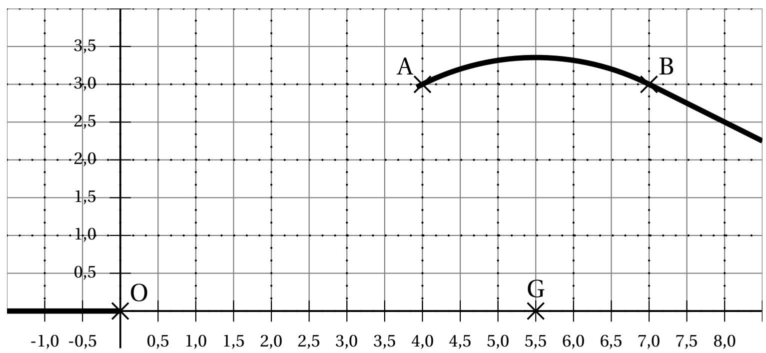
EXERCICE 2 **8 points**

Afin d'éviter le passage en centre ville d'une ligne TGV, on effectue un changement de tracé de cette ligne. On procède à un contournement de la ville, dont une partie aura la forme d'un arc de cercle $\mathscr{C}$. Cet arc de cercle a pour centre le point G (ancienne gare) et débute en A (nouvelle gare) pour s'achever en B et se poursuivre de façon rectiligne. Le tronçon initial s'arrête en O.



Vue aérienne du tracé de la ligne TGV

Il s'agit donc de relier les points O et A par une courbe F qui admette en O une tangente horizontale, et soit tangente en A à l'arc de cercle $\mathscr{C}$.
Pour déterminer précisément la courbe F , on se place dans un repère orthonormé $\left(\text{O}\,;\,\overrightarrow{\text{OI}},\,\overrightarrow{\text{OJ}}\right)$.



Dans ce repère, on a les coordonnées suivantes : G(5,5 ; 0) et A(4 ; 3)

Partie A

On considère le point H(6 ; 4).

1. Déterminer le coefficient directeur de la droite (AH).
2. Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{\text{AG}}$ et $\overrightarrow{\text{AH}}$ sont orthogonaux.
3. En déduire que la droite (AH) est tangente en A à la courbe $\mathscr{C}$.

Partie B

La courbe F est la courbe représentative sur l'intervalle $[0\,;\,4]$ d'une fonction f de la forme :

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d.$$

1. Déterminer graphiquement $f(0)$ et $f(4)$.
2. **a.** On note f' la dérivée de la fonction f. En interprétant le fait que le raccordement est tangent aux deux tronçons existants, déterminer $f'(0)$.

   b. Justifier que $f'(4)$ vaut $\frac{1}{2}$.
3. Donner l'expression de $f'(x)$.
4. En utilisant les trois questions précédentes, déterminer les valeurs de c et de d, puis un système d'équations dont les coefficients a et b soient solution. Résoudre ce système.
5. On admet que f est définie sur $[0\,;\,4]$ par $f(x) = -\dfrac{1}{16}x^3 + \dfrac{7}{16}x^2$. Étudier les variations de f sur $[0\,;\,4]$.
6. Représenter graphiquement f sur l'intervalle $[0\,;\,4]$ sur l'annexe - document 1, à rendre avec la copie.

EXERCICE 3 **7 points**

Le vase photographié est constitué d'un corps polyédrique surmonté d'un col (voir la figure 1 ci-dessous). Le but de cet exercice est d'étudier le corps polyédrique que l'on notera $\mathscr{P}$. La figure 2 met en évidence que celui-ci est construit sur un cube ABCDEFGH d'arête 8 cm et dont quatre des faces sont les bases de quatre pyramides $ABFES_1$ $BCGFS_2$, $CDHGS_3$ et $ADHES_4$.

Figure 1

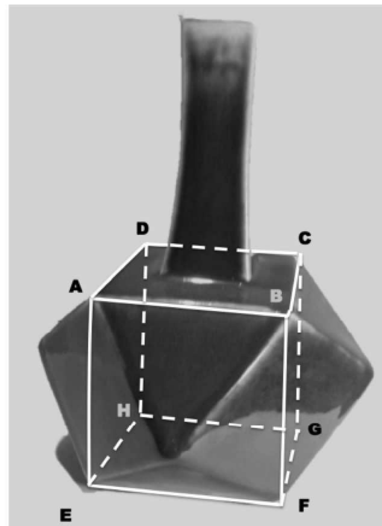


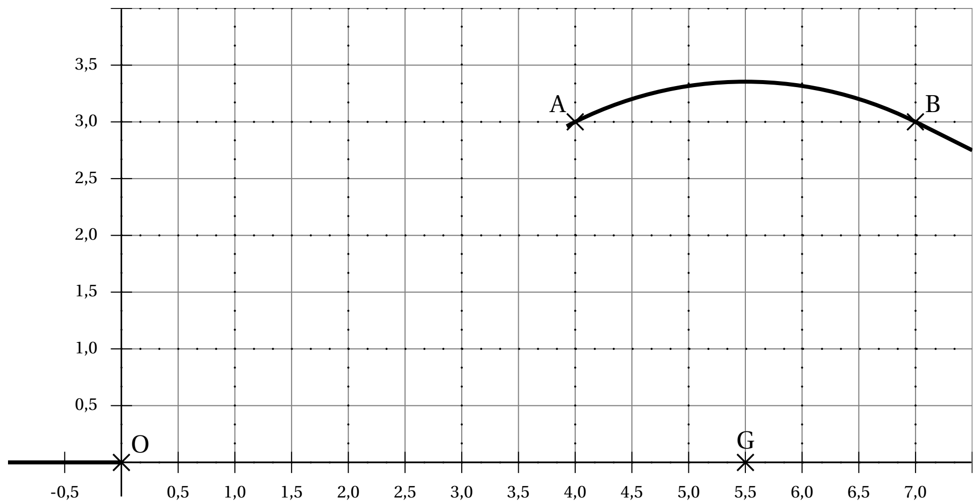
Figure 2

On admet que les faces triangulaires de ces pyramides sont des triangles isocèles identiques, et que le pied de la hauteur de chaque pyramide est aussi le centre du carré de base.
On admet de plus que les points B, F, S_1 et S_2 sont dans un même plan. Il en va de même pour les points C, G, S_2 et S_3, pour les points D, H, S_3 et S_4 et enfin pour les points A, E, S_4 et S_1.

1. Quelle est la nature du quadrilatère S_1BS_2F ? Justifier la réponse.
2. On considère le point I, centre du carré BCGF, et le point M, milieu du segment [BF].
   Sachant que $IS_2 = 4$ cm, dessiner sur la copie, sur une même figure, le cube ABCDEFGH et la pyramide $BCGFS_2$ en perspective cavalière, avec comme plan frontal (ABFE).
3. Placer les points I et M sur la figure précédente. Calculer les longueurs S_2M puis S_2B.
4. Dessiner en vraie grandeur le quadrilatère S_1BS_2F.
5. **a.** Sur l'annexe (document 2), on a commencé à représenter en perspective parallèle le polyèdre $\mathscr{P}$. Construire sur l'annexe le point S_2 sommet de la pyramide de base BCGF. On justifiera la méthode de construction sur la copie.
   b. Construire la pyramide $BCGFS_2$ sur l'annexe.
   c. Sur l'annexe, laisser en pointillé les arêtes cachées du polyèdre $\mathscr{P}$ et retracer en trait plein les arêtes visibles.
6. **a.** Dessiner sur la copie une vue de dessus du polyèdre $\mathscr{P}$ en perspective parallèle. On y notera les points A, B, C, D, S_1, S_2, S_3 et S_4.
   b. En prenant cette fois le plan (S_1BS_2F) comme plan frontal, dessiner sur la copie une vue de face du polyèdre $\mathscr{P}$ en perspective parallèle.

Annexe, à rendre avec la copie

Document 1



Document 2