

EXERCICE 1

physique-chimie et mathématiques

4 points

Une coulée comme Leon Marchand

‘ On appelle coulée la phase sous-marine qui suit le plongeon ou le virage d'un nageur. Cet exercice présente une évaluation des forces de frottements auxquelles le nageur est soumis lors d'une coulée.

Partie 1

On suppose que le déplacement du nageur se produit a une profondeur constante lors de la coulée. Pendant cette phase, le sportif se laisse glisser dans l'eau, sans nager. Le mouvement du nageur est supposé rectiligne. Dans ces conditions, on peut considérer que le nageur est uniquement soumis à la force résultante des forces de frottement de l'eau sur son corps, appelée trainée hydrodynamique et notée $\vec{T}$. Cette force est de même direction que la vitesse du nageur, mais de sens opposé.

La figure 1 ci-après représente l'évolution de la vitesse du nageur en fonction du temps.

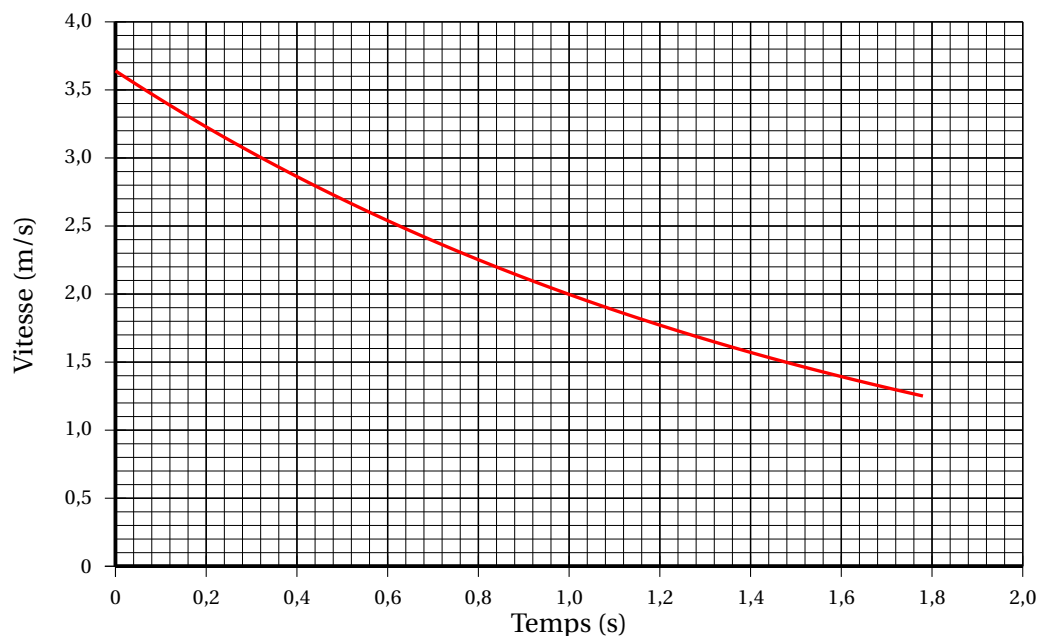


Figure 1 - Vitesse du nageur en fonction du temps

Q1. Indiquer en justifiant la réponse si le mouvement lors de la coulée du nageur est accéléré, décéléré, ou uniforme.

Partie 2

On détermine un modèle numérique à partir de l'expérience de la partie 1. On suppose que la distance parcourue par le nageur durant la coulée, exprimée en mètre, en fonction du temps t , exprimée en seconde, est définie sur l'intervalle $[0; 2]$ par :

$$f(t) = 3,64 \ln(1 + t).$$

Q5. Calculer $f(0)$.

Q6. On admet que la vitesse du nageur, en m/s, est donnée, en fonction du temps en s, par $v(t) = \frac{3,64}{1+t}$

Montrer que l'accélération, correspondant à la dérivée de v est $a(t) = -\frac{3,64}{(1+t)^2}$.

Q7. Interpréter le signe de a dans le contexte de l'exercice et vérifier la cohérence avec l'observation de la courbe représentative de la fonction v .

Q8. Rappeler la relation entre le vecteur accélération $\vec{a}$ et la force de traînée hydrodynamique $\vec{T}$.

Montrer que la modélisation effectuée est compatible avec une force de traînée de valeur proportionnelle au carré de la vitesse.

EXERCICE 3**mathématiques****4 points**

Dans cet exercice, les questions 1, 2, 3 et 4 sont indépendantes les unes des autres.

Q1.

Pour cette question, indiquer la lettre de la réponse exacte, en justifiant votre choix.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = e^{-0,016x} - 2$$

et on note f' sa fonction dérivée.

A	B	C	D
$f(0) = -2$	$f'(x) = e^{-0,016x}$	f est croissante sur $\mathbb{R}$	f est décroissante sur $\mathbb{R}$

Q2.

Soit la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{30}{2+x}.$$

Est-il vrai que la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[5; 15]$ est supérieure à 3?

Justifier la réponse.

Rappel : la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[a; b]$ est $\frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt$.

Q3.

On note $f(t)$ la température (en $^{\circ}\text{C}$) d'un café en fonction du temps t (en minute) écoulé depuis sa sortie d'une machine à expresso. À l'instant $t = 0$, la température initiale du café est 83°C .

On admet que la fonction température est solution sur $[0 ; +\infty[$ de l'équation différentielle :

$$y' = -0,08y + 1,84.$$

Déterminer l'expression de l'unique solution f qui vérifie les données précédentes.

Q4.

On note $f(t)$ la température (en $^{\circ}\text{C}$) d'un café en fonction du temps t (en minute) écoulé depuis sa sortie d'une machine à expresso. On admet, pour tout $t \in [0 ; +\infty[$, l'expression suivante :

$$f(t) = 60e^{-0,08t} + 23.$$

Au bout de combien de temps la température du café sera-t-elle inférieure ou égale à 44°C ?

Donner la réponse à la minute près.