

œ Baccalauréat STI2D Épreuve d'enseignement de spécialité œ  
Polynésie 19 juin 2024

A. P. M. E. P.

Physique-Chimie et Mathématiques

EXERCICE 1

physique-chimie et mathématiques

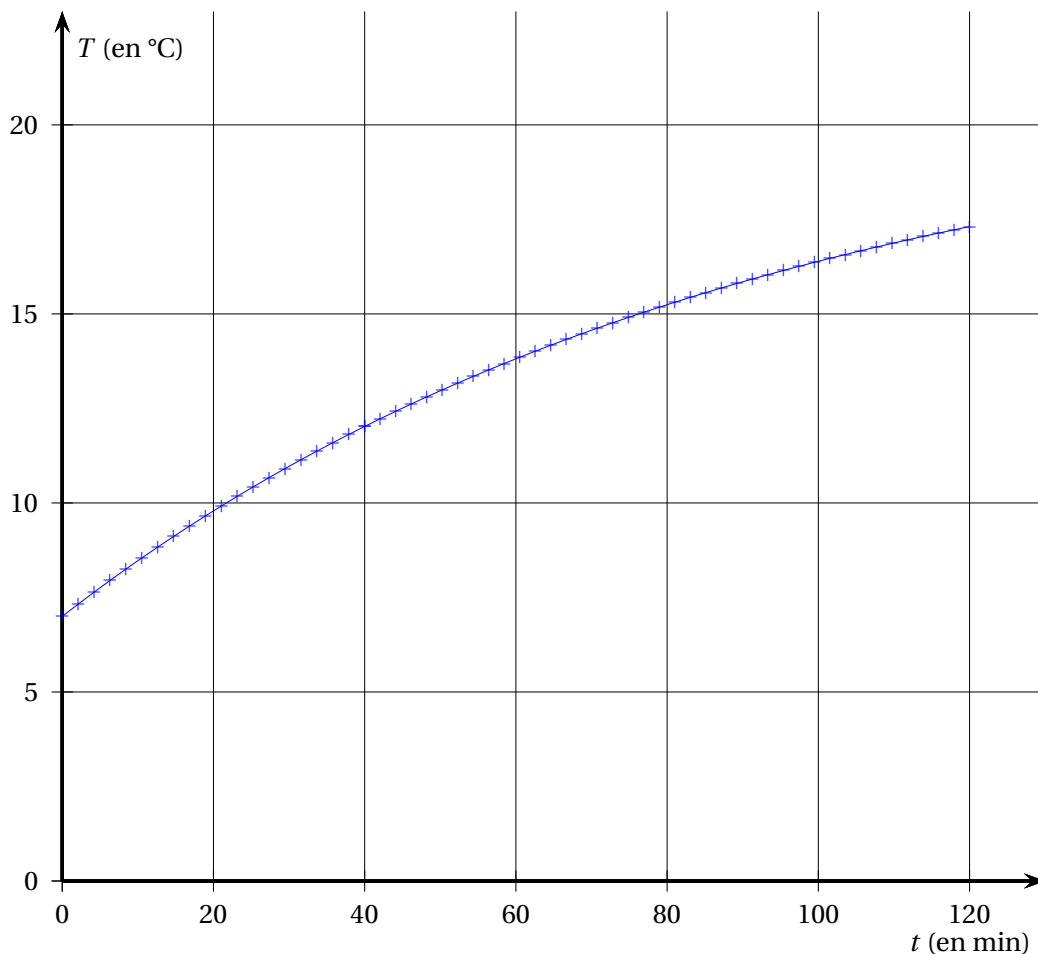
4 points

Étude de l'évolution de la température d'un soda

On verse, dans une tasse en porcelaine, du soda tout juste sorti du réfrigérateur. La tasse est ensuite posée sur une table. La température de l'air ambiant est supposée constante et égale à  $21^{\circ}\text{C}$ .

On mesure la température du soda à différents instants et on trace, en utilisant les données obtenues, le graphique ci-dessous.

Document n° 1 - Évolution de la température du soda en fonction du temps



1. Rappeler les trois modes de transfert thermique.

Citer un exemple pour chacun d'eux.

On admet que la fonction  $f$  qui modélise l'évolution de la température (en degré Celsius) du contenu de la tasse en fonction du temps  $t$  écoulé (en minute) depuis la première mesure vérifie l'équation différentielle :

$$y' = -\frac{1}{90}y + \frac{7}{30}$$

2. Sachant que  $g(0) = 7$ , démontrer que, pour tout réel  $t$  positif ou nul :

$$f(t) = -14e^{-\frac{1}{90}t} + 21.$$

3. Calculer  $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t)$ .

Interpréter ce résultat dans le contexte de l'expérience.

4. Déterminer, à partir de ce modèle, la valeur du temps  $t$  pour lequel la boisson atteint la température de  $20^\circ\text{C}$ . Arrondir le résultat (en minute) à l'unité.

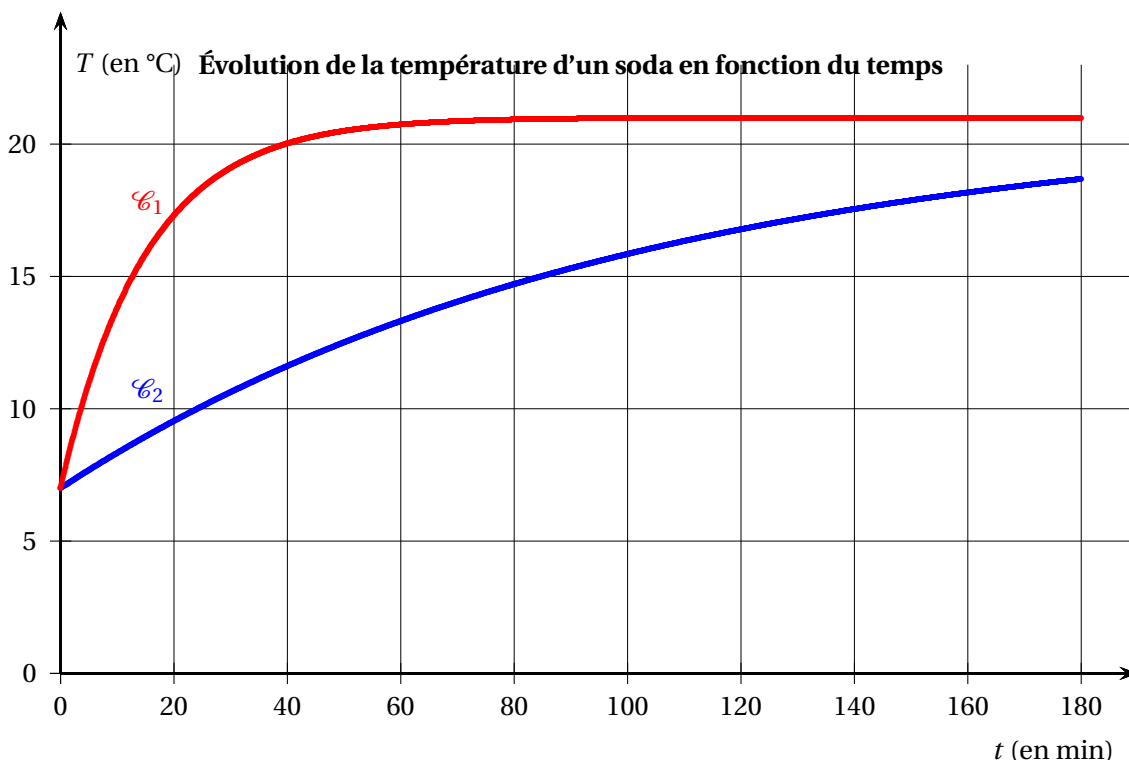
On renouvelle l'expérience en remplaçant la tasse en porcelaine par un gobelet en acier de mêmes dimensions.

Données :

- conductivité thermique de la porcelaine :  $1,0 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  ;
- conductivité thermique de l'acier :  $45,6 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

5. Identifier, parmi les courbes  $\mathcal{C}_1$  et  $\mathcal{C}_2$  figurant ci-dessous, celle qui représente l'évolution, en fonction du temps, de la température du soda versé dans un gobelet en acier. Expliciter le raisonnement utilisé.

**Document n° 2 - Influence des conductivités thermiques des matériaux sur l'évolution de la température d'un soda en fonction du temps**



**EXERCICE 3****Mathématiques****4 points****Filtre et fonction de transfert**

Un filtre dans un circuit électrique permet de transmettre sélectivement certaines composantes du spectre en fréquence d'un signal.

On considère le filtre, composé d'une résistance  $R$  et d'un condensateur  $C$ .

On appelle fonction de transfert de ce filtre, la fonction  $H$  définie par :

$$H(\omega) = \frac{1}{1 + RC\omega \cdot i}$$

où

- $i$  est le nombre complexe de module 1 et d'argument  $\frac{\pi}{2}$  vérifiant  $i^2 = -1$  ;
- $R$  est la résistance, exprimée en Ohm, ayant pour valeur  $10^6 \Omega$  ;
- $C$  est la capacité du condensateur, exprimée en Farad, ayant pour valeur  $10^{-6} \text{ F}$  ;
- $\omega$  est la pulsation du signal aux bornes du circuit, exprimée en  $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

La pulsation de coupure du filtre est définie par  $\omega_C = \frac{1}{RC}$ .

1. Calculer  $\omega_c$ , puis montrer que  $H(\omega_c) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$ .
2. Écrire  $H(\omega_c)$  sous forme exponentielle.

*La réponse en gain du circuit, notée  $G_{dB}$  et exprimée en décibel, vaut pour cette fréquence de coupure :*

$$G_{dB} = 20 \log(|H(\omega_c)|)$$

*où  $|H(\omega_c)|$  est le module de  $H(\omega_c)$ .*

3. Montrer que  $G_{dB} = -10 \log(2)$ .

On pose en cascade un deuxième filtre identique de même pulsation de coupure qui est tel que la fonction de transfert de ces deux filtres, notée  $H_T(\omega_c)$ , est égale au produit des fonctions de transfert de chacun des deux filtres. Ainsi :

$$H_T(\omega_c) = H(\omega_c) \times H(\omega_c).$$

4. Dédire de la question 2 le module et un argument de  $H_T(\omega_c)$ .