Baccalauréat STI2D Épreuve d'enseignement de spécialité

Métropole Antilles–Guyane 19 juin 2024

Physique-Chimie et Mathématiques

EXERCICE 1 **physique-chimie et mathématiques** **4 points**

Concert musical

Lors d'un concert de musique rock organisé dans la ville de Venise, une scène flottante était placée à 120 m au large de la côte et donc des spectateurs du premier rang. Cette configuration particulière a posé des problèmes d'acoustique liés à l'atténuation différentielle du son émis par les différents instruments, notamment du fait de l'influence de la fréquence du son sur la directivité de l'émission par les haut-parleurs.
L'exercice propose de modéliser cette situation à partir de données expérimentales.

Données :

- Fréquences correspondant à certaines notes de musique :

Note	Do1	La1	Mi2	Ré3	Do4	Fa4	Si4
Fréquence (Hz)	65,4	110	165	294	523	698	988

- Le niveau sonore L (en dB) d'une onde sonore est relié à son intensité acoustique I (en $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$) par la relation :

$$L = 10\log\frac{I}{I_0},$$

où $I_0 = 10^{-12}$ W.m^2 et log désigne le logarithme décimal.

[...]

On étudie mathématiquement le modèle obtenu en introduisant les fonctions f et g définies sur $[1\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = 125 - 10\ln(x) \text{ et } g(x) = 117 - 7{,}5\ln(x).$$

Ces fonctions modélisent respectivement les niveaux sonores du La1 et du Fa4 en fonction de la distance.

Q5. Déterminer une expression de $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de f sur $[1\,;\,+\infty[$.

On modifie désormais les réglages d'émission pour améliorer la qualité du son. Les expressions des nouvelles fonctions décrivant la dépendance de L_1 et L_2 avec la distance sont alors :

$$f_m(x) = 148 - 10\ln(x) \text{ et } g_m(x) = 136 - 7{,}5\ln(x),$$

respectivement, pour les notes La1 et Fa4.

Q6. Résoudre l'équation $f_m(x) = g_m(x)$ correspondant à $148-10\ln(x) = 136-7{,}5\ln(x)$ (arrondir le résultat à 10^{-1}).

En déduire la distance d_m des enceintes à laquelle doit se trouver le public pour que les deux notes aient le même niveau sonore.

Q7. Pour les réglages modifiés, calculer le niveau sonore du son reçu par les spectateurs à la distance d_m des enceintes pour chacune des notes.

EXERCICE 3 mathématiques 4 points

Dans cet exercice, les questions 1, 2, 3 et 4 peuvent être traitées de façon indépendante les unes des autres.

Un parachutiste est en chute libre dans l'air jusqu'à l'instant $t = 0$ où il ouvre son parachute. Sa vitesse est alors de 50 m.s^{-1}. On admet par la suite que sa vitesse v, en m.s^{-1}, en fonction du temps t, en s, est solution de l'équation différentielle sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$:

$$(E) : \quad y' = -5y + 10.$$

Question 1

La fonction constante g définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par $g(t) = 2$ est-elle une solution de l'équation différentielle (E) ? Justifier la réponse.

Question 2

Montrer que les solutions de l'équation différentielle (E) sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ sont les fonctions f définies sur cet intervalle par $f(t) = k\,\mathrm{e}^{-5t} + 2$, où k est un nombre réel donné.

Question 3

En admettant le résultat de la question précédente, montrer que la fonction v est donnée sur $[0\,;\,+\infty[$ par $v(t) = 48\,\mathrm{e}^{-5t} + 2$.

Question 4

La distance parcourue, en mètre, par le parachutiste pendant les 10 premières secondes après ouverture du parachute est donnée par l'intégrale :

$$\int_0^{10} \left(48\,\mathrm{e}^{-5t} + 2\right)\,\mathrm{d}t$$

Calculer cette intégrale (arrondir à 10^{-1}).