Baccalauréat STMG Polynésie 3 septembre 2019

EXERCICE 1 **4 points**

Un fermier possède des pommiers.
Les pommes de taille standard sont vendues sur le marché, les autres servent à faire des compotes.

Partie A

On considère que le diamètre, exprimé en cm, d'une pomme produite par l'un des pommiers du fermier suit la loi normale de moyenne $\mu = 6$ et d'écart type $\sigma = 0,7$.
Les pommes de taille standard, donc qui vont être vendues sur le marché, sont celles dont le diamètre est compris entre $5,3$ cm et $6,7$ cm.

1. Donner la probabilité qu'une pomme soit vendue au marché. Arrondir le résultat au millième.
2. En déduire la probabilité qu'une pomme serve à faire des compotes.

Partie B

Les pommes récoltées sont soit rouges, soit jaunes.
60 % des pommes récoltées sont rouges.
Parmi les pommes rouges, 80 % sont vendues au marché et les autres servent à faire des compotes.
Parmi les pommes jaunes, 50 % sont vendues au marché et les autres servent à faire des compotes.
On choisit une pomme au hasard parmi les pommes récoltées et on note :

— R l'évènement « la pomme est rouge »
— J l'évènement « la pomme est jaune »
— M l' évènement « la pomme est vendue sur le marché »
— C l'évènement « la pomme sert à faire des compotes »

1. Compléter l'arbre de probabilités fourni en **annexe 1 à rendre avec la copie**.
2. **a.** Calculer $P(R \cap M)$ et interpréter cette probabilité par une phrase.
   b. Montrer que la probabilité qu'une pomme soit vendue au marché est de 68 %.
   c. Le résultat obtenu au **b.** est-il cohérent avec celui obtenu à la question **1.** de la partie A ?
3. Un client vient d'acheter une pomme sur le marché. Calculer la probabilité que cette pomme soit rouge.
   Arrondir le résultat au millième.

EXERCICE 2 **7 points**

En 2010, le maire d'une ville a fait comptabiliser le nombre de mégots ramassés dans la rue principale.
Sur l'ensemble de l'année, le nombre de mégots ramassés est de 20 000.
Souhaitant que ce nombre diminue fortement, le maire fait voter en conseil municipal une loi instaurant une amende de 160 € pour jet de mégot par terre.

Partie A

Des statisticiens ont prévu, sur une période de 10 ans, une diminution grâce à cette amende du nombre de mégots jetés par terre de 15 % par an.
Sous cette hypothèse, pour tout entier naturel n, on appelle u_n le nombre de mégots jetés par terre en l'année $2010 + n$.
Ainsi, u_0 est le nombre de mégots jetés par terre en 2010. On a $u_0 = 20000$.

1. Justifier par le calcul que $u_1 = 17\,000$.
Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.
2. **a.** Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Justifier.
b. Donner l'expression de u_n en fonction de n.
c. Calculer le nombre de mégots qui, selon ce modèle, seraient jetés par terre en 2019.
Arrondir le résultat à l'unité.
3. Le programme ci-dessous calcule le rang de la première année au cours de laquelle le nombre de mégots jetés par terre devient inférieur à 3 000.

$N \leftarrow 0$	ligne 1
$U \leftarrow 20\,000$	ligne 2
Tant que $U \geqslant 3\,000$	ligne 3
$\quad U \leftarrow \ldots$	ligne 4
$\quad N \leftarrow N+1$	ligne 5
Fin du Tant que	ligne 6

a. Recopier et compléter la ligne 4.
b. Quelle est la valeur de la variable N lorsque ce programme s'arrête ?

Partie B

Le tableau ci-dessous donne les nombres de mégots qui ont réellement été ramassés dans la rue principale entre 2010 et 2018.

Année	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Rang x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre de mégots ramassés y_i	20 000	17 384	14 817	12 569	10 721	9 142	8 458	7 673	6 691

1. **a.** Calculer le taux d'évolution global du nombre de mégots ramassés dans la rue principale entre 2010 et 2018. Exprimer le résultat en pourcentage arrondi à l'entier le plus proche.
b. Calculer le taux d'évolution moyen du nombre de mégots ramassés dans la rue principale entre 2010 et 2018. Exprimer le résultat en pourcentage arrondi à l'entier le plus proche.
c. En supposant que le taux d'évolution entre 2018 et 2019 est de $-14\,\%$, quel serait le nombre de mégots ramassés dans la rue principale en 2019 ? Arrondir le résultat à l'unité.
2. Le nuage de points $(x_i\ ;\ y_i)$ a été représenté en **annexe 2 à rendre avec la copie**.
a. À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite d'ajustement de ce nuage par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis à l'entier.
b. On prend désormais comme droite d'ajustement la droite d d'équation : $y = -1\,600x + 18\,500$.
Tracer cette droite sur l'**annexe 2 à rendre avec la copie**.
c. En supposant que cet ajustement demeure valable jusqu'en 2020, estimer quel serait le nombre de mégots ramassés en 2020.
d. À l'aide du graphique, déterminer à partir de quelle année le nombre de mégots devrait être inférieur à 3 000.

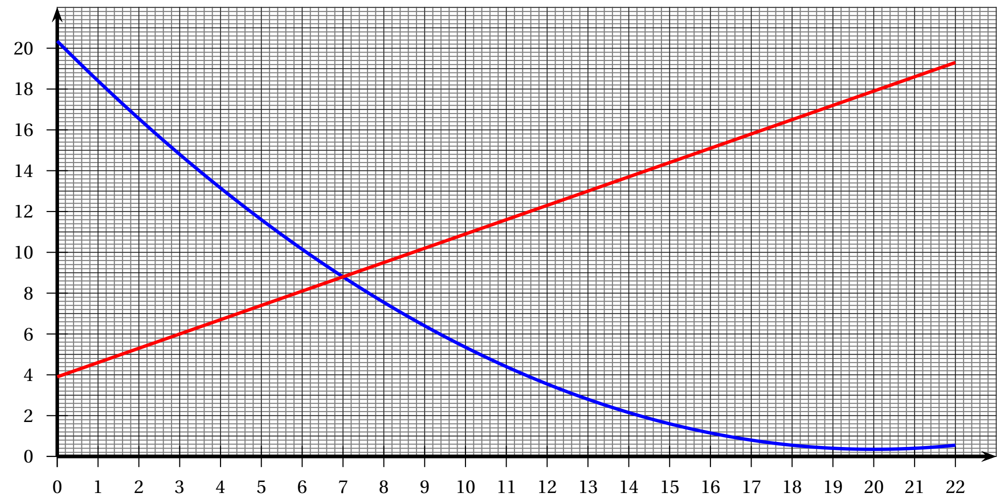
EXERCICE 3 — 5 points

Soient les fonctions f et g définies sur $[0\,;\,22]$ par :

$$f(x) = 0,05x^2 - 2x + 20,35 \quad \text{et} \quad g(x) = 0,7x + 3,9.$$

Les deux fonctions sont représentées ci-dessous.

Partie A : lectures graphiques



1. Par lecture graphique, donner l'image de 3 par la fonction f.
2. À l'aide du graphique, donner une valeur approchée des coordonnées du point d'intersection des deux courbes.

Partie B : calculs

1. **a.** Montrer que l'équation $f(x) = g(x)$ est équivalente à l'équation suivante

$$(E) : \qquad 0,05x^2 - 2,7x + 16,45 = 0.$$

   b. Résoudre l'équation (E).

   c. En déduire les coordonnées du point d'intersection des deux courbes sur l'intervalle $[0\,;\,22]$.

2. **a.** Montrer que la fonction dérivée f' de la fonction f est définie par $f'(x) = 0,1x - 2$ pour tout x appartenant à $[0\,;\,22]$.

   b. Étudier le signe de la dérivée f' sur l'intervalle $[0\,;\,22]$.

   c. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,22]$.

EXERCICE 4 **4 points**

Cet exercice est un Questionnaire à Choix Multiples (QCM).
Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Recopier sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est attendue.
Une réponse juste rapporte 1 *point; une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.*

1. Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison 7.
   Le plus petit entier naturel n tel que u_n dépasse 50 est :

a. 2	**b.** 5	**c.** 6	**d.** 7

2. On considère la fonction g définie sur $[0\,;\,10]$ par $g(x) = \dfrac{3x}{x+1}$.
   Une équation de la tangente à la courbe représentative de g au point d'abscisse 1 est :

a. $y = 3x$	**b.** $y = 3x - \dfrac{3}{2}$	**c.** $y = \dfrac{3}{4}x + \dfrac{3}{4}$	**d.** $y = \dfrac{3}{4}x + \dfrac{9}{4}$

3. Afin d'estimer la proportion d'adolescents français qui possèdent un smartphone, on interroge les 1 024 élèves d'un lycée. 840 élèves répondent qu'ils possèdent un smartphone.
   Un intervalle de confiance au niveau de confiance de 95 % de la proportion d'adolescents français qui possèdent un smartphone est :

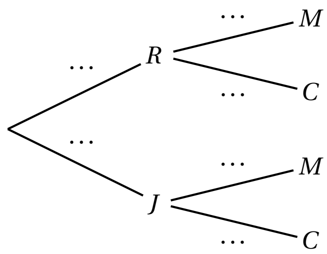
a. $[0,820\,;\,0,822]$ **b.** $[0,789\,;\,0,852]$ **c.** $[0,819\,;\,0,821]$ **d.** $[0,919\,;\,0,981]$

4. Pendant une période de soldes, le prix d'une tablette a subi deux démarques successives : une première baisse de 10 % puis une autre de 15 % pour afficher un prix final de 137,70 €.
Le prix de cette tablette, en euros, avant le début des soldes était de :

a. 105 **b.** 142 **c.** 174 **d.** 180

ANNEXES À RENDRE AVEC LA COPIE

ANNEXE 1 Exercice 1



ANNEXE 2 Exercice 2