

*Série « Sciences et technologies  
de l'ingénieur »*

---

*Cycle terminal*

**Projet de programme de  
mathématiques**

*- Toutes spécialités -*

*Mars 2007*

---

# Projet de programme de l'enseignement de mathématiques

## Série Sciences et Technologies de l'ingénieur

### Cycle terminal

## INTRODUCTION

### 1. Objectifs généraux

Afin de répondre à l'objectif national de formation d'un plus grand nombre de techniciens, d'ingénieurs et d'enseignants, le programme de mathématiques du cycle terminal de la série sciences et technologies de l'industrie et du laboratoire est conçu pour donner aux élèves une formation de qualité bien adaptée aux finalités des différentes spécialités de la série. Il s'agit à la fois d'assurer une bonne continuité avec le programme actuel de la classe de seconde, de fournir des outils nécessaires pour suivre avec profit les autres enseignements scientifiques et de favoriser la poursuite d'études supérieures dans les domaines scientifiques et technologiques : sections de techniciens supérieurs, instituts universitaires de technologie, classes préparatoires aux grandes écoles destinées aux titulaires d'un baccalauréat technologique,...

Les objectifs suivants sont prioritairement visés :

- entraîner les élèves à la pratique d'une démarche scientifique en développant conjointement les capacités d'expérimentation et de déduction, d'imagination et d'analyse critique ;
- souligner le rôle formateur des activités de résolution de problèmes favorisant l'acquisition de méthodes et insister sur l'importance du travail personnel des élèves, tant en classe qu'à la maison ;
- favoriser l'unité de la formation des élèves en utilisant les liens entre différentes parties du programme et en exploitant les interactions entre les mathématiques et d'autres disciplines.
- développer les capacités de communication écrite et orale sous toutes les formes usuelles.

Pour permettre d'atteindre ces objectifs, le programme s'en tient à un cadre et un vocabulaire théoriques modestes, mais suffisamment efficaces pour l'étude des situations usuelles et assez riches pour servir de support à une formation mathématique solide, tandis que les capacités attendues sont précisées afin d'éclairer les professeurs et les élèves.

### 2. Cohérence de la formation

Il est important que de nombreux travaux fassent intervenir simultanément des parties diverses du programme pour en faire ressortir la cohérence (activités géométriques, graphiques, numériques et algébriques relatives aux fonctions, articulation entre géométrie du plan et de l'espace, ...).

Dans cette perspective, l'enseignement des mathématiques est aussi à relier à celui des autres disciplines scientifiques sous deux aspects principaux :

- organisation concertée des activités d'enseignement afin, en particulier, que l'ordre dans lequel les différentes parties du programme sont abordées tienne compte, dans la mesure du possible, des besoins des autres enseignements ;
- étude de situations issues de ces disciplines, comportant une phase de modélisation et une phase d'exploitations des résultats (le programme fournit quelques repères à ce sujet). En ce domaine, toutes les indications

nécessaires doivent être données aux élèves et les seules capacités exigibles sont celles qui figurent explicitement au programme de mathématiques.

### 3. Apports de l'informatique

L'emploi des calculatrices en mathématiques a pour objectif, non seulement d'effectuer des calculs, mais aussi d'alimenter le travail de recherche, de contrôler les résultats. Les élèves doivent savoir utiliser une calculatrice graphique dans les situations liées aux programmes de chaque spécialité de cette série. Cet emploi combine les capacités suivantes, qui constituent un savoir-faire de base minimal :

- savoir effectuer les opérations sur les nombres, savoir comparer des nombres et savoir donner une valeur approchée à la précision attendue ;
- savoir utiliser les touches des fonctions figurant au programme de la série ;
- savoir tabuler les valeurs d'une fonction et représenter une fonction dans une fenêtre adaptée ;
- savoir saisir et traiter une série statistique à une ou deux variables.

Un modèle de calculatrice avec écran graphique et comportant les fonctions statistiques à deux variables constitue le niveau d'équipement minimal. Selon les spécialités, d'autres savoir-faire peuvent être exigibles. Certains modèles comportent des perfectionnements permettant le calcul formel ; ils seront progressivement pris en compte dans les objectifs de formation.

D'autre part, l'emploi en mathématiques des outils informatiques est désormais indispensable : utilisation de micro-ordinateurs par les élèves notamment dans l'horaire de travaux dirigés, utilisation en classe entière d'un micro-ordinateur équipé d'un système de vidéo-projection. Dans ce cadre, l'utilisation de divers logiciels (tableurs, grapheurs, logiciels de calcul formel, de construction géométrique, ...) favorise l'acquisition et ouvre un large champ d'exploitation de notions figurant au programme de mathématiques par la richesse et la variété des exemples qui peuvent être traités.

La recherche de la stratégie la plus adaptée pour permettre un travail régulier des élèves sur ordinateur doit prendre en compte les deux éléments suivants :

- il ne s'agit pas pour l'élève de devenir expert dans l'utilisation de tel ou tel logiciel en mathématiques, mais de savoir reconnaître certaines questions susceptibles d'être illustrées ou résolues grâce à l'ordinateur et de savoir interpréter les réponses qu'il fournit ; l'élève doit apprendre à situer et intégrer l'usage des outils informatiques dans une démarche scientifique ;
- l'informatique facilite notamment l'étude des suites et des fonctions, la résolution numérique d'équations et d'inéquations, les calculs statistiques, la pratique de la simulation et l'étude de configurations du plan et de l'espace.

#### 4. Organisation de l'enseignement et du travail des élèves

Chaque professeur garde toute liberté pour l'organisation de son enseignement, dans le respect du programme de chaque classe et des instructions spécifiques au projet technologique en classe terminale.

Le professeur veille à équilibrer les divers temps de l'activité mathématique dans sa classe (résolution de problèmes et d'exercices, élaboration de démonstrations, exposé magistral, synthèse, travail sur calculatrice ou ordinateur,...) afin de favoriser le développement de l'autonomie des élèves dans la pratique d'une démarche scientifique.

Les travaux proposés en dehors du temps d'enseignement, à la maison ou au lycée, jouent un rôle important ; ils ont des fonctions diverses :

- la résolution d'exercices d'entraînement, en lien avec l'étude du cours, permet aux élèves d'affermir leurs connaissances de base et d'évaluer leur capacité à les mettre en œuvre sur des exemples simples ;

- l'étude de situations moins élémentaires, sous forme de préparation d'activités en classe ou de problèmes à résoudre et à rédiger, alimente le travail de recherche, individuel ou en équipe, et permet aux élèves d'évaluer leur capacité à mobiliser leurs connaissances dans des secteurs variés et à exploiter des documents ;

- les travaux individuels de rédaction (solution d'un problème, mise au point d'exercices étudiés en classe, compte rendu d'une séance de travail sur ordinateur,...) visent essentiellement à développer les capacités de mise au point d'un raisonnement et d'expression écrite ; vu l'importance de ces objectifs, ces travaux de rédaction doivent être fréquents, mais leur longueur doit rester raisonnable ;

- les devoirs de contrôle, peu nombreux, combinent des exercices d'application directe du cours et des problèmes plus synthétiques, comportant des questions enchaînées de difficulté progressive, certaines permettant aux élèves de vérifier leurs résultats, d'autres situées en fin de problème pouvant être plus ouvertes.

#### 5. Présentation du texte du programme

Pour chaque spécialité de la série sciences et technologies, le programme est constitué de plusieurs modules, chacun comportant deux parties : un bandeau et un texte présenté sous forme de tableau. Le bandeau précise les objectifs essentiels du module et en délimite le cadre.

Le tableau qui suit comporte trois colonnes :

- la première indique les contenus à traiter ;

- la deuxième fixe les capacités attendues ;

- la troisième contient des commentaires fournissant, sur certains points du programme, des modalités de mise en œuvre, notamment informatiques, des indications sur les interactions avec d'autres parties du programme ou d'autres disciplines et des repères pour le niveau d'approfondissement à donner pendant la formation et le niveau d'autonomie attendu lors de l'évaluation.

L'ordre adopté pour présenter d'une part la liste des modules du programme de chaque classe pour chaque spécialité de la série sciences et technologies et, d'autre part, certains paragraphes des chapitres qui composent un module correspond à une simple commodité d'écriture. Le professeur a toute liberté pour organiser une progression favorisant notamment la mise en évidence de liens entre certains modules afin d'enrichir certaines notions et de consolider les acquis.

#### 6. Liste des modules de programme

Pour chaque spécialité de la série sciences et technologies, les programmes de la classe de première et de la classe terminale sont constitués de modules extraits de la liste suivante, certains pouvant n'être retenus que partiellement :  
Algèbre

Nombres complexes 1  
Nombres complexes 2  
Suites 1  
Suites 2  
Fonctions numériques 1  
Fonctions numériques 2  
Calcul intégral 1  
Calcul intégral 2  
Calcul intégral 3  
Equations différentielles  
Géométrie plane 1  
Géométrie plane 2  
Calcul vectoriel dans l'espace  
Géométrie dans l'espace  
Probabilités 1  
Probabilités 2  
Statistiques 1  
Statistiques 2  
Statistiques 3

#### 7. Choix des modules pour chaque spécialité

##### Spécialité « architecture et construction »

*Classe de première :*

Algèbre

Nombres complexes 1

Suites 1

Fonctions numériques 1

Géométrie plane 1

Calcul vectoriel dans l'espace : a) et b)

Géométrie dans l'espace : a)

Probabilités 1

Statistique 1

*Classe terminale :*

Nombres complexes 2 : a), à l'exception de la formule de Moivre

Suites 2 : a)

Fonctions numériques 2

Calcul intégral 1

Équations différentielles : a), limité à l'équation différentielle  $y' + ay = 0$ , et c)

Géométrie plane 2

Calcul vectoriel dans l'espace : c)

Géométrie dans l'espace : a)

Probabilités 2 : a)

Statistique 2

##### Spécialité « design et arts appliqués »

*Classe de première :*

Suites 1

Fonctions numériques 1

Géométrie plane 1 : b) et d)

Géométrie plane 2 où est ajouté :

« Définition d'une parabole par foyer et directrice. Équation d'une parabole rapportée à son axe et à sa tangente au sommet ».

Géométrie dans l'espace à l'exception de c)

Statistiques 1

*Classe terminale*

Fonctions numériques 2 où, pour les fonctions puissances, les exposants sont entiers.

Calcul intégral 1

Géométrie plane 2 où est ajouté :

« Définition bifocale de l'ellipse et de l'hyperbole, centre, sommets, équation cartésienne réduite.

Représentation paramétrique de l'ellipse rapportée à ses axes.

La génération par foyer et directrice de l'ellipse et de l'hyperbole

peut faire l'objet d'une activité, mais aucune connaissance n'est exigible des élèves à ce sujet ».

Géométrie dans l'espace à l'exception de c) : il s'agit d'entretenir et de consolider les acquis des élèves, en liaison avec les autres disciplines.  
Probabilités 1

### **Spécialité « énergie et environnement »**

*Classe de première :*

Algèbre  
Nombres complexes 1  
Suites 1  
Fonctions numériques 1  
Géométrie plane 1  
Calcul vectoriel dans l'espace : a) et b)  
Probabilités 1  
Statistique 1

*Classe terminale :*

Nombres complexes 2  
Suites 2  
Fonctions numériques 2  
Calcul intégral 1  
Équations différentielles : a) et c)  
Géométrie plane 2 : a)  
Probabilités 2  
Statistiques 2  
Statistiques 3

### **Spécialité « informations et réseaux »**

*Classe de première :*

Algèbre  
Nombres complexes 1  
Suites 1  
Fonctions numériques 1  
Géométrie plane 1  
Calcul vectoriel dans l'espace  
Probabilités 1  
Statistique 1

*Classe terminale :*

Nombres complexes 2  
Suites 2  
Fonctions numériques 2  
Calcul intégral 1  
Équations différentielles : a) et c)  
Géométrie plane 2 : a)

Probabilités 2 : a)

### **Spécialité « ingénierie des systèmes automatisés »**

*Classe de première :*

Algèbre  
Nombres complexes 1  
Suites 1  
Fonctions numériques 1  
Géométrie plane 1  
Calcul vectoriel dans l'espace  
Probabilités 1  
Statistique 1

*Classe terminale :*

Nombres complexes 2  
Suites 2  
Fonctions numériques 2  
Calcul intégral 1  
Équations différentielles : a) et c)  
Géométrie plane 2 : a)  
Probabilités 2 : a)

### **Spécialité « création et réalisation de produits »**

*Classe de première :*

Algèbre  
Suites 1  
Fonctions numériques 1  
Géométrie plane 1  
Calcul vectoriel dans l'espace : a) et b)  
Géométrie dans l'espace : a)  
Probabilités 1  
Statistique 1

*Classe terminale :*

Suites 2  
Fonctions numériques 2  
Calcul intégral 1  
Équations différentielles : a)  
Géométrie plane 2  
Géométrie dans l'espace : b)  
Probabilités 2 : a)  
Statistique 2

## Algèbre

Le programme vise à mobiliser et compléter les capacités acquises au collège et en seconde.

La résolution de problèmes issus de la géométrie, de l'étude des fonctions, de la gestion de données, des autres disciplines et de la vie courante constitue l'objectif fondamental de cette partie du programme. On dégagera sur les exemples étudiés les différentes phases du traitement d'un problème : mise en équation, résolution, contrôle et exploitation des résultats.

Dans cette perspective, il convient de répartir les activités tout au long de l'année. Les travaux s'articulent suivant trois axes :

– consolider les techniques élémentaires de calcul : proportionnalité, usage de fractions et de pourcentages ;

– consolider la pratique conjointe du calcul littéral et du calcul numérique, en relation étroite avec l'étude des fonctions ;

– poursuivre l'étude des équations et inéquations à une inconnue et des systèmes d'équations et inéquations linéaires.

Il convient d'exploiter conjointement les aspects graphiques, numériques et algébriques, ainsi que l'étude de variations de fonctions ; les activités doivent combiner les expérimentations graphiques et numériques avec les justifications adéquates.

Pour toutes ces questions, il est important de familiariser les élèves avec l'emploi du tableur-grapheur et d'un logiciel de calcul formel, déjà présents dans plusieurs modèles de calculatrices.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p>a) Fonctions polynômes.</p> <p>Si une fonction polynôme est nulle, tous ses coefficients sont nuls (résultat admis).</p> <p>Si un polynôme en <math>x</math> s'annule en un point <math>a</math>, il est le produit de <math>(x - a)</math> par un polynôme (résultat admis).</p>	<p>Ajouter, multiplier des polynômes.</p> <p>Développer et ordonner une expression polynomiale.</p> <p>Factoriser par <math>(x - a)</math> un polynôme s'annulant en un point <math>a</math>.</p>	<p>Les fonctions polynômes sont plus simplement appelées polynômes ; la notion de polynôme en tant qu'objet formel est hors programme.</p> <p>Pour les factorisations, les élèves peuvent procéder par identification ; ils peuvent aussi employer d'autres méthodes, mais aucune connaissance spécifique sur de telles méthodes n'est exigible.</p> <p>On se limite à des polynômes de faible degré ; si le degré excède deux, des indications doivent être fournies pour permettre une factorisation.</p>
<p>b) Polynômes du second degré.</p> <p>Forme canonique, discriminant ; application à la résolution de l'équation et lien avec l'étude de la fonction (symétrie, variations, signe) et avec sa courbe représentative.</p> <p>Somme et produit des racines.</p>	<p>Résoudre une équation ou une inéquation du second degré.</p>	<p>Il convient de ne pas multiplier des exemples posés <i>a priori</i> et d'éviter tout excès de technicité. L'objectif est d'étudier autant que possible des situations issues de la géométrie, de la physique, de la technologie...</p>
<p>c) Équations, inéquations, systèmes.</p>	<p>Résoudre une équation ou une inéquation polynomiale, en utilisant une factorisation.</p> <p>Mettre en œuvre une méthode pour résoudre un système d'équations linéaires à coefficients numériques (méthode de Gauss, combinaisons linéaires).</p> <p>Résoudre algébriquement ou graphiquement des systèmes d'équations linéaires à deux inconnues à coefficients numériques.</p> <p>Résoudre graphiquement des systèmes d'inéquations linéaires à deux inconnues à coefficients numériques.</p>	<p>L'objectif est d'étudier autant que possible des situations simples issues de la géométrie, de la physique, de la technologie...</p> <p>Il convient de se limiter à des systèmes de taille très modeste. La méthode du pivot de Gauss est à pratiquer sur des exemples, mais sa description générale n'est pas au programme.</p>

## Nombres complexes 1

Les nombres complexes sont introduits pour en permettre l'utilisation, dès la classe de première, dans certaines spécialités où

les activités à ce sujet doivent tenir une place assez large en liaison avec l'enseignement de l'électricité et de l'électronique.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p>Sommes <math>a + bi</math>, où <math>i^2 = -1</math> ; égalité, somme, produit, conjugué, inverse.</p> <p>Représentation géométrique, affixe d'un point, d'un vecteur.</p> <p>Module et argument : interprétation géométrique.</p>	<p>Effectuer des calculs algébriques avec des nombres complexes.</p> <p>Représenter un nombre complexe par un point ou un vecteur. Déterminer l'affixe d'un point ou d'un vecteur.</p> <p>Passer de la forme algébrique à la forme trigonométrique et inversement, à l'aide d'une calculatrice.</p>	<p>Les élèves doivent connaître les deux notations <math>a + bi</math> et <math>a + bj</math>, cette dernière étant utilisée en électricité.</p> <p>Certains calculs sont présentés en liaison directe avec les enseignements d'électricité et d'électronique.</p> <p>La résolution dans <math>\mathbf{C}</math> de l'équation du second degré, y compris l'équation <math>z^2 = a</math>, n'est pas au programme.</p> <p>Le module et un argument fournissent un repérage polaire d'un point du plan.</p> <p>On peut indiquer les propriétés du module et d'un argument d'un produit ou d'un quotient qui sont utilisées en sciences physiques et industrielles, mais l'exploitation de ces propriétés n'est pas au programme de mathématiques de ce module.</p>

## Nombres complexes 2

Les premiers éléments de l'étude des nombres complexes ont été mis en place dans le module Nombres complexes 1. L'objectif est de compléter cet acquis pour fournir des outils utilisés en algèbre, en trigonométrie, en électricité et électronique. Les élèves doivent connaître les notations  $a + bi$  et  $a + bj$ , cette dernière étant utilisée en

électricité. Le temps consacré à cette partie du programme doit être plus important dans certaines spécialités où la traduction sur les affixes des points de quelques transformations géométriques du plan est introduite en vue des applications en électronique.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p>a) Module, module d'un produit, inégalité triangulaire. Argument d'un nombre complexe non nul, notation <math>r e^{i\theta}</math>.</p> <p>Relation <math>e^{i\theta} e^{i\theta'} = e^{i(\theta+\theta')}</math>, lien avec les formules d'addition ; formule de Moivre.</p> <p>Formules d'Euler :</p> $\cos \theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}; \sin \theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$	<p>Effectuer des calculs avec des nombres complexes.</p> <p>Résoudre dans <math>\mathbf{C}</math> des équations du second degré à coefficients réels.</p> <p>Mettre en œuvre les formules de Moivre et d'Euler pour linéariser des polynômes trigonométriques.</p>	<p>Certains calculs sont présentés en liaison directe avec les enseignements d'électricité et d'électronique.</p> <p>Les élèves doivent savoir interpréter géométriquement le module de <math>b - a</math>.</p> <p>La résolution d'équations à coefficients complexes et l'étude des racines <math>n</math>-ièmes de l'unité sont hors programme.</p> <p>On se borne à des exposants peu élevés ; les formules trigonométriques ainsi obtenues n'ont pas à être mémorisées de même que les formules de conversion de sommes en produits et de produits en sommes.</p>
<p>b) Applications <math>z \mapsto z+a</math> et <math>z \mapsto e^{i\theta} z</math></p>	<p>Traduire à l'aide de nombres complexes une translation ou une rotation de centre O.</p> <p>Inversement, interpréter géométriquement les applications <math>z \mapsto z+a</math> et <math>z \mapsto e^{i\theta} z</math>.</p>	

## Suites 1

L'objectif de ce module est de mettre en place une première étude des suites restreinte aux suites arithmétiques ou géométriques pour pouvoir modéliser des situations discrètes simples.

Trois axes y sont développés :

- des éléments de base sur les suites arithmétiques et géométriques ;
- des applications dans des contextes usuels et spécifiques aux sections concernées ;
- une première approche du lien entre le discret et le continu.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p>a) Suites arithmétiques et géométriques définies respectivement par</p> $u_{n+1} = u_n + a \quad \text{et} \quad u_{n+1} = b u_n$ <p>et une valeur initiale <math>u_0</math>.</p> <p>Calcul et expression du terme de rang <math>p</math>.</p> <p>Calcul de <math>1 + 2 + \dots + n</math> et de <math>1 + b + b^2 + \dots + b^n</math>.</p>	<p>Utiliser la calculatrice ou le tableur pour déterminer les termes successifs d'une suite arithmétique ou géométrique.</p> <p>Utiliser les formules pour calculer un terme d'une suite ou pour justifier qu'une suite est arithmétique ou géométrique et en déterminer la raison.</p> <p>Reconnaître et démontrer que, dans une situation donnée, on est en présence d'une suite arithmétique ou d'une suite géométrique.</p>	<p>Dans tout le module on évite toute technicité excessive.</p> <p>La valeur initiale est en règle générale <math>u_0</math>. Le travail mené avec les formules inclut des manipulations simples sur les indices.</p> <p>L'étude générale de la somme des termes de ces suites ne fait pas partie de ce module.</p> <p>On choisit des situations issues de la géométrie, de la technologie, des sciences physiques, chimiques, biologiques, économiques et sociales.</p>
<p>b) Lien entre le discret et le continu.</p>	<p>Relier les suites arithmétiques et les fonctions affines.</p> <p>Exploiter le lien entre les suites géométriques et les fonctions exponentielles explorées avec la calculatrice pour des bases simples (<math>2</math> ; <math>10</math> ; <math>\frac{1}{2}</math> ; <math>\frac{1}{10}</math>).</p>	<p>On privilégie le cadre graphique.</p> <p>L'étude graphique de phénomènes biologiques ou économiques permet une première approche des fonctions exponentielles et de leurs propriétés fondamentales.</p> <p>Dans les spécialités où cela est utile, on introduit, en lien avec <math>10^x</math> (<math>x</math> nombre réel), le logarithme décimal et ses propriétés ; on privilégie une pratique numérique de ces propriétés.</p>

## Suites 2

L'objectif de ce module est de consolider et d'approfondir l'étude des suites et de leurs applications dans des situations discrètes simples.

Trois axes y sont développés :

- étude de la somme des  $n$  premiers termes d'une suite arithmétique et d'une suite géométrique ; étude du comportement global de ces suites ;

- des applications des suites arithmétiques et géométriques dans des situations usuelles et spécifiques aux spécialités concernées, avec en plus, pour certaines d'entre elles, des situations décrites à l'aide d'une suite des valeurs  $f(n)$  d'une fonction ;
- une approche du lien entre le discret et le continu.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p>a) Suites arithmétiques et géométriques.</p>	<p>Calculer la somme des <math>n</math> premiers termes d'une suite arithmétique ou géométrique.</p> <p>Déterminer le sens de variation et la limite d'une suite géométrique dont la raison est un nombre réel strictement positif.</p>	<p>Les exemples de problèmes conduisant aux suites abordées dans ce module sont issus de la géométrie, de la technologie, des sciences physiques, chimiques, biologiques, économiques et sociales.</p> <p>On met en évidence, sur des exemples simples, le lien entre l'étude des suites géométriques et celle des fonctions exponentielles.</p>

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
b) Suites de terme général $n, n^2, n^3, \sqrt{n}$ et de terme général $\frac{1}{n}, \frac{1}{n^2}, \frac{1}{n^3}, \frac{1}{\sqrt{n}}$ .	Connaître le sens de variation et la limite de chacune de ces suites.	L'étude des suites ci-contre est à mener en relation avec celle des fonctions correspondantes.
c) Suites définies par $u_n = f(n)$ . Si une fonction $f$ a pour limite $L$ en $+\infty$ alors la suite définie par $u_n = f(n)$ converge vers $L$ . Si une fonction $f$ tend vers $+\infty$ (ou $-\infty$ ) en $+\infty$ alors la suite définie par $u_n = f(n)$ tend vers $+\infty$ (ou $-\infty$ ).	Déduire le sens de variation de la suite définie par $u_n = f(n)$ de celui de la fonction $f$ . Étudier son comportement asymptotique.	Plus largement, l'étude des suites définies par $u_n = f(n)$ est à mener en relation avec celle des fonctions correspondantes. On signale que les énoncés de comparaison pour les suites et les fonctions sont entièrement analogues.
d) Exemples de suites définies par une relation de récurrence.	Calculer les premiers termes de ces suites.	Aucune connaissance théorique n'est demandée ; il s'agit uniquement de faire fonctionner l'algorithme itératif qui permet de calculer les termes successifs. On choisit des exemples pris dans des contextes variés où les suites sont utilisées, notamment : - en mathématiques, pour l'approximation d'un nombre ; - dans les applications, pour l'étude d'un système discrétisé, pour la modélisation géométrique.....

## Fonctions numériques 1

Le programme est organisé autour de trois objectifs principaux :

- maîtriser les fonctions de référence figurant au programme ;
- exploiter la *dérivation* pour l'étude locale et globale de fonctions simples ;
- résoudre des problèmes (modélisation, optimisation, approximation, équations, inéquations...).

On privilégie deux orientations particulières concernant :

- l'étude de situations issues de l'algèbre, de la géométrie, des sciences et de la technologie, en précisant les différentes phases : modélisation, traitement mathématique, contrôle et exploitation des résultats ; on peut, suivant les cas, utiliser différentes notations pour la variable ;
- l'utilisation du tableur et de la calculatrice graphique, soit pour avoir une première information sur les variations de la fonction, soit pour confirmer l'étude.

Les fonctions étudiées dans ce module sont définies sur un intervalle donné ou une réunion d'intervalles donnés. Cette étude est menée intervalle par intervalle et, sur chacun d'eux, les fonctions sont *indéfiniment dérivables* (sauf éventuellement aux bornes).

### Étude de fonctions de référence

Les premières fonctions de référence étudiées en seconde sont les fonctions linéaires et affines, la fonction carré, la fonction inverse et les fonctions sinus et cosinus. Le champ des fonctions de référence est complété par la fonction racine carrée, la fonction cube et des exemples de fonctions  $kf$  ( $k$  nombre réel) et de fonctions qui à  $x$  font correspondre  $f(ax+b)$ ,  $f$  étant choisie parmi les fonctions de référence. On étudie, sur des exemples, leur variation, on s'intéresse à leur parité, leur périodicité et on procède à des constructions et à des interprétations graphiques.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
a) Fonction cube et fonction racine carrée.	Établir le sens de variation et représenter graphiquement ces fonctions.	Il faut s'assurer que les élèves connaissent les propriétés et la représentation graphique des fonctions qui à $x$ font correspondre : $ax+b, x^2, \frac{1}{x}, \cos x, \sin x$ .
b) Somme de deux fonctions, produit d'une fonction par un nombre réel, produit de deux fonctions. Fonction qui à $x$ fait correspondre $f(ax+b)$ , $a$ et $b$ étant deux nombres réels.	Obtenir la représentation graphique de fonctions telles que $f+k$ et $kf$ ( $k$ est un nombre réel non nul) et de fonctions qui à $x$ font correspondre $f(x+b)$ et $f(ax)$ à partir de celle de $f$ .	Les fonctions $f$ sont choisies parmi les fonctions du paragraphe précédent. On utilise un tableur grapheur pour construire la courbe représentative de la somme de deux fonctions, en lien avec les courbes représentatives de chacune d'elles.



Contenus	Capacités attendues	Commentaires
c) Exemples d'étude de fonctions qui à $x$ font correspondre $k f(x)$ , $f(ax + b)$ ( $k$ , $a$ et $b$ sont des nombres réels).	Déterminer le sens de variation de ces fonctions à partir de celui de $f$ .  Exploiter la parité ou la périodicité éventuelle de ces fonctions.	À partir de l'étude menée, pour de telles fonctions (périodiques, paires ou impaires) sur un intervalle pertinent, déduire leur variation et leur représentation graphique sur un autre intervalle.
d) Résolution graphique, sur des exemples, d'équations et d'inéquations.	Exploiter les représentations graphiques respectives de deux fonctions $f$ et $g$ pour résoudre des équations de la forme $f(x) = 0$ ou $f(x) = g(x)$ et des inéquations de la forme $f(x) \geq 0$ et $f(x) \geq g(x)$ ou $f(x) > 0$ et $f(x) > g(x)$ .	

### Dérivation et applications

La dérivation constitue l'objectif essentiel du programme d'analyse de première ; cet objectif est double :

- définir le nombre dérivé en un point et aborder les aspects numérique et graphique de l'approximation affine ;
- utiliser les formules de dérivation et exploiter les énoncés du

programme concernant les fonctions dérivées pour l'étude des fonctions intervenant dans la résolution de problèmes.

Il n'y a pas lieu de s'attarder sur la notion de limite qui permet ici d'introduire le nombre dérivé.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<b>1. Dérivation en un point</b> a) Approximation par une fonction affine, pour $h$ voisin de 0, des fonctions qui à $h$ associent $(1+h)^2$ , $(1+h)^3$ , $\frac{1}{1+h}$ , $\sqrt{1+h}$ , $\sin h$ ; aspect géométrique.	Expérimenter sur un tableur ou une calculatrice une formule d'approximation donnée. Visualiser une approximation et la mettre en œuvre pour déterminer des valeurs approchées, lorsque $h$ est voisin de zéro.	On teste la qualité d'une approximation avec un tableur ou une calculatrice ; par exemple on peut comparer l'approximation $1 + 2h$ pour $(1+h)^2$ à $1 + kh$ , $k$ nombre réel. En particulier, on met en valeur sur quelques exemples l'influence de la taille de l'intervalle sur la qualité de l'approximation.
b) Étude de la limite en 0 du taux de variation $\frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ pour les fonctions $f: x \mapsto x^2$ , $x \mapsto x^3$ , $x \mapsto \frac{1}{x}$ , $x \mapsto \sqrt{x}$ .		Pour cette introduction à la notion de limite, on s'appuie sur des expérimentations numériques et graphiques à l'aide d'un tableur ou d'une calculatrice. Pour donner une idée du cas général on peut dire, par exemple, que la limite de $g(h)$ lorsque $h$ tend vers 0 est égale à $L$ si $ g(h) - L $ est inférieur à $10^{-1}$ , $10^{-2}$ , ..., $10^{-9}$ , ..., $10^{-p}$ ,... dès que $h$ est assez petit. Il n'y a pas lieu de s'attarder sur la notion de limite dont l'usage se limite ici à l'introduction du nombre dérivé.
c) Nombre dérivé d'une fonction $f$ en un point $a$ : limite quand $h$ tend vers zéro, du taux de variation $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ .	Connaître la définition du nombre dérivé et savoir faire le lien avec la notion de tangente et celle de vitesse.	Les interprétations suivantes du nombre dérivé sont données : coefficient directeur de la tangente, vitesse en un point. Ce type d'interprétation est utilisé dans d'autres disciplines : par exemple en électricité (circuit RLC), en cinétique chimique (vitesse de réaction) ; on peut faire le lien avec des notations du type $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ .

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p>Équation cartésienne de la tangente au point d'abscisse <math>a</math>.</p> <p>Approximation, pour des valeurs de <math>h</math> voisines de 0, de <math>f(a+h)</math> par <math>f(a)+Ah</math> où <math>A</math> est le nombre dérivé de <math>f</math> en <math>a</math>.</p>	<p>Construire une tangente à une courbe connaissant le point de contact et le nombre dérivé. Écrire l'équation réduite d'une tangente.</p> <p>Trouver l'expression de l'approximation affine dans les cas où <math>f</math> est une fonction de référence.</p>	<p>La signification graphique de cette approximation est mise en évidence.</p> <p>On revient alors sur les formules d'approximation données en introduction de ce paragraphe.</p>
<p><b>2. Dérivation sur un intervalle ; fonction dérivée</b></p> <p>Fonction dérivée d'une fonction <math>f</math> sur un intervalle.</p> <p>Dérivées des fonctions de référence :</p> $x \mapsto ax+b, x \mapsto x^2, x \mapsto x^3, x \mapsto \frac{1}{x},$ $x \mapsto \sqrt{x}, x \mapsto \cos x, x \mapsto \sin x.$ <p>Dérivées de la somme de deux fonctions, du produit d'une fonction par une constante, du produit de deux fonctions, de l'inverse d'une fonction, du quotient de deux fonctions.</p> <p>Dérivée de la fonction <math>x \mapsto f(ax+b)</math>.</p>	<p>Connaître les formules et les règles de dérivation et les appliquer à des exemples ne nécessitant aucune virtuosité.</p>	<p>Les résultats sont admis pour les fonctions sinus et cosinus et quelques démonstrations sont proposées pour les autres fonctions de référence.</p> <p>Les démonstrations des règles de dérivation ne sont pas au programme.</p> <p>La notation différentielle <math>\frac{df}{dx}</math> peut être donnée en liaison avec les autres disciplines, mais aucune connaissance à ce sujet n'est exigible en mathématiques.</p>
<p><b>3. Comportement local et global des fonctions</b></p>	<p>Les capacités attendues doivent être développées dans des situations où des problèmes sont étudiés.</p>	<p>Dans tout le paragraphe 3, on exploite largement des situations issues de la géométrie, de la technologie, des sciences physiques, chimiques, biologiques, économiques et sociales.</p>
<p>a) Utilisation du tableur grapheur et de la calculatrice graphique.</p>	<p>Établir un tableau de valeurs ; construire la courbe représentative d'une fonction dans une fenêtre choisie ou spécifiée ; reconnaître et formuler des propriétés (signe, variation, extremum).</p>	<p>L'objectif est de mettre en évidence certaines propriétés d'une fonction qui pourront être validées par une étude ultérieure.</p>
<p>b) Théorèmes liant le signe de la dérivée d'une fonction sur un intervalle à son sens de variation :</p> <p>Si <math>f</math> est dérivable sur <math>I</math> et admet un maximum local (ou un minimum local) en un point <math>a</math> distinct des extrémités de <math>I</math>, alors <math>f'(a) = 0</math>.</p> <p>Si <math>f</math> est dérivable sur <math>I</math> et si <math>f'</math> est à valeurs positives sur <math>I</math>, alors <math>f</math> est croissante sur <math>I</math>.</p> <p>Si <math>f</math> est dérivable sur <math>I</math> et si <math>f'</math> est à valeurs négatives sur <math>I</math>, alors <math>f</math> est décroissante sur <math>I</math>.</p> <p>Si <math>f</math> est dérivable sur l'intervalle <math>I</math> et si <math>f'</math> est nulle sur <math>I</math>, alors <math>f</math> est constante sur <math>I</math>.</p>	<p>Mettre en œuvre ces théorèmes pour déterminer le sens de variation d'une fonction et rechercher un éventuel extremum.</p>	<p>L'utilité des hypothèses de ces théorèmes est mise en évidence à l'aide de contre-exemples simples illustrés par des graphiques.</p> <p>Dans ce cadre on étudie des problèmes d'optimisation à une variable.</p>

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p>c) Théorème des valeurs intermédiaires :</p> <p>Si <math>f</math> est dérivable sur <math>[a, b]</math>, où <math>a &lt; b</math>, et si <math>f'</math> est à valeurs strictement positives sur <math>]a, b[</math>, alors <math>f</math> est strictement croissante sur <math>[a, b]</math> et, pour tout élément <math>k</math> de <math>[f(a), f(b)]</math>, l'équation <math>f(x) = k</math> admet une solution et une seule dans <math>[a, b]</math>.</p> <p>Énoncé analogue pour les fonctions strictement décroissantes.</p>	<p>Mettre en œuvre ces théorèmes pour résoudre des équations de la forme <math>f(x) = k</math> et des inéquations de la forme <math>f(x) \leq k</math>.</p> <p>Chercher un encadrement à une précision donnée d'une solution d'une équation.</p>	<p>En particulier on est amené à résoudre des équations telles que <math>\cos x = k</math> et <math>\sin x = k</math>, en faisant le lien avec les résultats obtenus à l'aide du cercle trigonométrique.</p> <p>Cet encadrement est obtenu, sur des exemples, à partir de la calculatrice ou du tableur.</p>
<p>d) Fonctions satisfaisant à des contraintes.</p>	<p>Déterminer, sur des exemples simples, des fonctions polynômes de degré 1 ou 2 satisfaisant à des contraintes liées à des valeurs prises par la fonction ou sa dérivée.</p>	<p>On peut aborder des situations de modélisation géométrique amenant à raccorder plusieurs arcs de courbes.</p>

## Fonctions numériques 2

On élargit le champ des fonctions de référence par l'introduction des fonctions logarithme népérien, exponentielle et puissances.

Les limites sont principalement utilisées pour déterminer l'existence éventuelle d'un comportement asymptotique.

On élargit le calcul différentiel par l'introduction des dérivées secondes et des primitives.

Les objectifs et les orientations spécifiés dans le module « fonctions numériques 1 » restent valables avec trois objectifs principaux :

- maîtriser les fonctions de référence figurant au programme ;
- exploiter la dérivation pour l'étude locale et globale de fonctions simples ;
- résoudre des problèmes (modélisation, optimisation,

approximation, équations, inéquations...).

Deux orientations particulières concernent :

- l'étude de situations issues de l'algèbre, de la géométrie, des sciences et de la technologie, en précisant les différentes phases : modélisation, traitement mathématique, contrôle et exploitation des résultats. On peut, suivant les cas, utiliser différentes notations pour la variable.

- l'utilisation du tableur et de la calculatrice graphique.

Les fonctions étudiées dans ce module sont définies sur un intervalle donné ou une réunion d'intervalles donnés. Cette étude est menée intervalle par intervalle et, sur chacun d'eux, les fonctions sont indéfiniment dérivables (sauf éventuellement aux bornes).

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p><b>1. Limite d'une fonction et son utilisation</b></p> <p>a) Branches infinies - Asymptote d'équation <math>x = a</math></p>	<p>Connaître les limites lorsque <math>x</math> tend vers 0 des fonctions <math>x \mapsto \frac{1}{x}</math>, <math>x \mapsto \frac{1}{x^2}</math>, <math>x \mapsto \frac{1}{x^3}</math>, <math>x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x}}</math> et l'existence, dans ces différents cas, de l'asymptote d'équation <math>x = 0</math>.</p>	<p>Les notions et les énoncés de ce paragraphe sont introduits à l'aide d'une approche numérique et graphique ; ils ne feront l'objet d'aucun développement théorique.</p>

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p>- Asymptote d'équation <math>y = a</math></p> <p>- Situations où <math>f(x)</math> tend vers l'infini lorsque <math>x</math> tend vers l'infini.</p>	<p>La fonction <math>f</math> étant définie sur un intervalle <math>I</math>, déterminer la limite, lorsque <math>x</math> tend vers <math>a</math> (<math>a</math> élément de <math>I</math> ou <math>a</math> extrémité de <math>I</math>), de <math>f(x)</math>.</p> <p>Déterminer l'existence d'une asymptote d'équation <math>x = a</math>.</p> <p>Connaître les limites lorsque <math>x</math> tend vers <math>+\infty</math> (et selon les cas <math>-\infty</math>) des fonctions <math>x \mapsto \frac{1}{x}</math>, <math>x \mapsto \frac{1}{x^2}</math>, <math>x \mapsto \frac{1}{x^3}</math>, <math>x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x}}</math> et l'existence, dans ces différents cas, de l'asymptote d'équation <math>y = 0</math>.</p> <p>Déterminer l'existence d'une asymptote d'équation <math>y = a</math>.</p> <p>Connaître les limites lorsque <math>x</math> tend vers <math>+\infty</math> (et selon les cas <math>-\infty</math>) des fonctions <math>x \mapsto x</math>, <math>x \mapsto x^2</math>, <math>x \mapsto x^3</math>, <math>x \mapsto \sqrt{x}</math>.</p>	<p>La limite de <math>f(x)</math> lorsque <math>x</math> tend vers <math>a</math> est la limite de <math>g(h)</math> lorsque <math>h</math> tend vers 0, en posant <math>g(h) = f(a+h)</math>.</p> <p>Lorsque <math>a</math> est un point de l'intervalle <math>I</math>, pour les fonctions de référence, comme pour les fonctions supposées indéfiniment dérivables, <math>f(x)</math> tend nécessairement vers <math>f(a)</math> lorsque <math>x</math> tend vers <math>a</math>.</p> <p>Lorsque <math>a</math> est une extrémité de l'intervalle <math>I</math>, mais n'appartient pas à <math>I</math>, il se peut qu'il n'y ait pas de limite ou qu'il y ait une limite, finie ou infinie.</p> <p>Les notations <math>\lim_{x \rightarrow a} f(x)</math> ou <math>\lim_a f</math> doivent être connues et peuvent être utilisées pour exprimer un résultat.</p> <p>Dans le cas d'une limite infinie, on peut écrire <math>\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty</math> ou <math>\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty</math>.</p> <p>Si <math>f(x)</math> a une limite, finie ou infinie, lorsque <math>x</math> tend vers <math>+\infty</math> ou <math>-\infty</math>, on utilise les mêmes notations.</p>
<p>b) Énoncés sur les limites</p> <p>- Opérations.</p> <p>- Limite d'une fonction composée : Si <math>u(x)</math> tend vers <math>b</math> quand <math>x</math> tend vers <math>a</math> et si <math>f(y)</math> tend vers <math>c</math> quand <math>y</math> tend vers <math>b</math>, alors <math>f(u(x))</math> tend vers <math>c</math> quand <math>x</math> tend vers <math>a</math> (dans cet énoncé, <math>a, b, c</math> sont finis ou non).</p>	<p>Déterminer la limite de la somme de deux fonctions, du produit d'une fonction par une constante, du produit de deux fonctions, de l'inverse d'une fonction, du quotient de deux fonctions.</p> <p>Déterminer les limites lorsque <math>x</math> tend vers <math>+\infty</math> ou <math>-\infty</math> d'une fonction polynôme ou d'une fonction rationnelle. Dans ce dernier cas, déterminer les asymptotes parallèles aux axes.</p> <p>Mettre en œuvre le théorème.</p>	<p>Ces énoncés doivent couvrir d'une part le cas des limites finies, d'autre part celui des limites infinies. Il n'y a pas lieu de s'attarder à leur étude ni d'en donner une liste complète.</p> <p>Pour l'étude des comportements asymptotiques en <math>+\infty</math> ou <math>-\infty</math> on exploite la comparaison de la fonction donnée <math>f</math> à une fonction simple <math>g</math> telle que <math>\lim_{\infty} (f - g) = 0</math> ; en dehors du cas des asymptotes parallèles aux axes, des indications doivent être fournies sur la forme de la fonction <math>g</math> à utiliser.</p> <p>Cet énoncé recouvre plusieurs cas qu'il convient d'illustrer à l'aide d'exemples.</p>

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p>- Théorèmes de comparaison : Si, pour <math>x</math> assez grand, on a <math>f(x) \geq g(x)</math> et si <math>g(x)</math> tend vers <math>+\infty</math> quand <math>x</math> tend vers <math>+\infty</math>, alors <math>f(x)</math> tend vers <math>+\infty</math> quand <math>x</math> tend vers <math>+\infty</math> ; énoncé analogue lorsque <math>f(x) \leq h(x)</math> et <math>h(x)</math> tend vers <math>-\infty</math>.</p> <p>Si, pour <math>x</math> assez grand, on a <math>g(x) \leq f(x) \leq h(x)</math> et si <math>g(x)</math> et <math>h(x)</math> tendent vers <math>L</math> quand <math>x</math> tend vers <math>+\infty</math>, alors <math>f(x)</math> tend vers <math>L</math> quand <math>x</math> tend vers <math>+\infty</math>.</p> <p>- Compatibilité avec l'ordre : Si, pour <math>x</math> assez grand, on a <math>f(x) \geq g(x)</math> et si <math>f(x)</math> et <math>g(x)</math> ont des limites <math>L</math> et <math>M</math> respectivement quand <math>x</math> tend vers <math>+\infty</math>, alors <math>L \geq M</math>.</p>	<p>Mettre en œuvre ces théorèmes dans des situations où les éléments nécessaires à cette mise en œuvre sont donnés.</p> <p>Mettre en œuvre le théorème sur des exemples simples.</p>	<p>Ces énoncés sont introduits pour permettre l'étude des questions figurant au programme et non pour faire l'objet d'un entraînement systématique à la recherche de limites.</p>
<p><b>2. Calcul différentiel</b> Dérivée de la fonction <math>x \mapsto x^n</math> (<math>n</math> entier relatif).  Dérivée d'une fonction composée de deux fonctions <math>x \mapsto f(u(x))</math>.  Dérivée seconde.</p>	<p>Mettre en œuvre cette formule.</p> <p>Dériver des fonctions <math>x \mapsto \sqrt{u(x)}</math>, <math>x \mapsto (u(x))^n</math> (<math>n</math> nombre entier relatif).</p> <p>Déterminer la dérivée seconde d'une fonction.</p>	<p>La démonstration de ces règles n'est pas au programme.</p> <p>On se limite à des exemples simples.</p>
<p><b>3. Primitives d'une fonction sur un intervalle</b> Définition d'une primitive d'une fonction sur un intervalle.  Théorème : Deux primitives d'une même fonction diffèrent d'une constante.</p>	<p>Par lecture inverse du tableau des dérivées déterminer les primitives des fonctions usuelles.</p>	<p>Pour les fonctions étudiées dans ce module le problème de l'existence de primitives sur un intervalle ne se pose pas.</p> <p>On donne une interprétation graphique du théorème ; en particulier on fait apparaître l'unicité de la primitive d'une fonction prenant une valeur donnée <math>b</math> pour <math>x = a</math>.</p>
<p><b>4. Fonctions de référence</b>  a) Fonction logarithme népérien ; fonction exponentielle.  Dérivées des fonctions <math>x \mapsto \ln(u(x))</math> et <math>x \mapsto \exp(u(x))</math>.  Définition de <math>a^b</math> (<math>a</math> réel strictement positif, <math>b</math> réel).</p>	<p>Connaître la notation « ln », la notation « exp », le nombre <math>e</math> et la notation « <math>e^x</math> ». Connaître pour chacune de ces fonctions : - la relation fonctionnelle ; - la fonction dérivée ; - le comportement asymptotique ; Connaître pour des valeurs de <math>h</math> voisines de 0, l'approximation affine de <math>\exp(h)</math> par <math>1+h</math> et de <math>\ln(1+h)</math> par <math>h</math>.</p> <p>Mettre en œuvre ces formules de dérivation. Déterminer les primitives des fonctions <math>x \mapsto \frac{u'(x)}{u(x)}</math> sur un intervalle où <math>u(x) &gt; 0</math> et <math>x \mapsto u'(x)\exp(u(x))</math>.</p>	<p>Le champ des fonctions de référence vues en première s'enrichit des fonctions logarithme népérien, exponentielle, puissances et tangente. L'existence et la dérivabilité de ces fonctions peuvent être admises. En dehors des deux exemples de l'exponentielle et de la racine <math>n</math>-ième, l'étude des fonctions réciproques n'est pas au programme. Selon les besoins des autres disciplines, on peut mentionner la fonction logarithme décimal et ses propriétés, mais aucune connaissance sur ce point n'est exigible en mathématiques.</p> <p>Seule la définition est donnée ; elle sert pour définir et étudier les fonctions puissances et établir le lien avec les suites géométriques.</p>

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p>b) Fonctions puissances :</p> <p><math>x \mapsto x^n</math> (<math>x</math> réel et <math>n</math> entier)</p> <p><math>x \mapsto x^\alpha</math> (<math>x</math> réel strictement positif et <math>\alpha</math> réel).</p> <p>Dérivées des fonctions <math>x \mapsto (u(x))^\alpha</math> (<math>\alpha</math> réel) sur un intervalle sur lequel <math>u(x) &gt; 0</math>.</p>	<p>Déterminer la dérivée et les limites :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- directement pour les fonctions <math>x \mapsto x^n</math> (<math>x</math> réel et <math>n</math> entier) ;</li> <li>- en revenant à la définition <math>x^\alpha = e^{\alpha \ln(x)}</math> pour les fonctions <math>x \mapsto x^\alpha</math> (<math>x</math> réel strictement positif et <math>\alpha</math> réel non entier).</li> </ul> <p>Mettre en œuvre cette formule.</p> <p>Déterminer les primitives des fonctions <math>x \mapsto (u(x))^\alpha u'(x)</math> (<math>\alpha</math> réel différent de <math>-1</math>).</p>	<p>Dans le cas où <math>\alpha = \frac{1}{n}</math> (<math>n</math> entier supérieur ou égal à 2) notation <math>\sqrt[n]{x}</math> (<math>x</math> positif).</p>
<p>c) Croissance comparée des fonctions</p> <p><math>x \mapsto \exp x, x \mapsto x^\alpha, x \mapsto \ln(x)</math></p> <p>lorsque <math>x</math> tend vers <math>+\infty</math> :</p> <p><math>\frac{\exp(x)}{x^\alpha}</math> tend vers <math>+\infty</math> quand <math>x</math> tend vers <math>+\infty</math> ;</p> <p><math>x^\alpha \exp(-x)</math> tend vers 0 quand <math>x</math> tend vers <math>+\infty</math> ;</p> <p>pour <math>\alpha &gt; 0, \frac{\ln(x)}{x^\alpha}</math> tend vers 0 quand <math>x</math> tend vers <math>+\infty</math>.</p>	<p>Connaître ces limites.</p>	<p>Ces résultats sont admis et interprétés graphiquement.</p> <p>Certaines études aux bornes mettent en jeu des formes indéterminées lorsque <math>x</math> tend vers l'infini. Dans ce cas, des indications doivent être fournies, aucune connaissance autre que celles mentionnées ci-contre n'étant exigible des élèves.</p>
<p>d) Fonction tangente.</p>	<p>Connaître la définition, la période de cette fonction et l'allure de sa courbe représentative sur l'intervalle <math>\left] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right[</math>.</p>	<p>Toute autre propriété concernant la fonction tangente est établie à partir de ces éléments ; si nécessaire, des indications sont fournies.</p>
<p>5. a) Utilisation du tableur grapheur et de la calculatrice graphique.</p> <p>b) Fonctions satisfaisant à des contraintes.</p>	<p>Établir un tableau de valeurs ; construire la courbe représentative d'une fonction dans une fenêtre choisie ou spécifiée ; reconnaître et formuler des propriétés (signe, variation, extremum).</p> <p>Rechercher une valeur approchée d'une équation sur un intervalle.</p> <p>Rechercher, sur des exemples simples, des fonctions polynômes de degré 2 ou 3 satisfaisant à des contraintes liées à des valeurs prises par la fonction ou sa dérivée.</p>	<p>L'objectif est de mettre en évidence certaines propriétés d'une fonction qui pourront être validées par une étude ultérieure.</p> <p>On peut, sur des exemples, explorer différentes méthodes (dichotomie, tangente, interpolation linéaire...) en utilisant la calculatrice ou le tableur ; aucune connaissance sur ces méthodes n'est exigible des élèves.</p> <p>On peut aborder des situations de modélisation géométrique amenant à raccorder plusieurs arcs de courbes.</p>

## Calcul intégral 1

L'objectif est de familiariser les élèves avec quelques problèmes qui relèvent du calcul intégral et qui, en retour, donnent du sens à la notion d'intégrale : calcul de grandeurs géométriques (aires, volumes...), de grandeurs physiques (calcul de la distance parcourue connaissant la vitesse, valeur moyenne, valeur efficace...). Les activités de calcul exact d'intégrales et les activités d'encadrement et de calcul approché (qui, de façon complémentaire,

exploitent les idées géométriques à partir d'interprétations graphiques) s'enrichissent mutuellement.

Toutes les fonctions que l'on considère sont suffisamment régulières pour que les questions de l'existence de l'intégrale et de celle de primitives ne se posent pas. La variable peut être notée  $t$  ou  $x$ , voire toute autre notation adaptée aux applications considérées.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p><b>a) Notion d'intégrale</b>  Intégrale d'une fonction <math>f</math> positive sur <math>[a,b]</math> ;  notation <math>\int_a^b f(t) dt</math> .</p> <p>Extension aux fonctions définies par morceaux.</p> <p>Extension de l'intégrale à une fonction de signe variable.</p> <p>Valeur moyenne.</p> <p>Définition de <math>\int_a^b f(t) dt</math> lorsque <math>a &gt; b</math>.</p>	<p>Pour une fonction positive sur <math>[a,b]</math>, (<math>a \leq b</math>), savoir que l'intégrale est l'aire sous la courbe.</p> <p>Calculer l'intégrale de fonctions simples (en escalier, affine par morceaux ...).</p> <p>Interpréter graphiquement dans des cas simples l'intégrale d'une fonction de signe variable.</p> <p>Calculer la valeur moyenne d'une fonction usuelle.</p>	<p>L'intégrale est introduite comme étant l'aire sous la courbe d'une fonction positive.  Indiquer que, dans cette notation, la variable d'intégration est muette.</p> <p>Dans le cas des fonctions définies par morceaux, le calcul se fait intervalle par intervalle. Les exemples sont de difficulté modeste. L'objectif est de donner du sens à la notion d'intégrale.</p> <p>Les élèves ont une connaissance intuitive du concept d'aire (avec la propriété d'additivité) et savent calculer certaines aires simples ; l'objectif est de leur donner un aperçu de la définition et du calcul de l'aire de domaines plans liés aux fonctions ; tout développement théorique est exclu.</p> <p>Cette extension doit être faite brièvement.</p> <p>La notion de valeur moyenne est à relier à l'enseignement de la physique.  Pour une fonction positive, interprétation en termes d'aire.</p> $\int_a^b f(t) dt = - \int_b^a f(t) dt$
<p><b>b) Propriétés de l'intégrale</b></p> <p>- Additivité : pour tous nombres réels <math>a, b</math> et <math>c</math> d'un intervalle <math>I</math>,</p> $\int_a^c f(t) dt = \int_a^b f(t) dt + \int_b^c f(t) dt .$ <p>- Linéarité :</p> $\int_a^b (f(t) + g(t)) dt = \int_a^b f(t) dt + \int_a^b g(t) dt$ $k \int_a^b f(t) dt = \int_a^b k f(t) dt , \text{ où } k \text{ est un nombre réel.}$ <p>- Positivité : si <math>a \leq b</math> et si <math>f \geq 0</math>, alors</p> $\int_a^b f(t) dt \geq 0 .$ <p>- Intégration d'une inégalité.</p> <p>- Inégalité de la moyenne :  Si <math>m \leq f \leq M</math> et <math>a \leq b</math>, alors</p> $m (b - a) \leq \int_a^b f(t) dt \leq M (b - a) .$ <p>- Exploitation des propriétés de la fonction à intégrer.</p>	<p>Mettre en œuvre l'additivité par rapport à l'intervalle.</p> <p>Mettre en œuvre les propriétés de linéarité.</p> <p>Mettre en œuvre la positivité, l'intégration d'une inégalité et l'inégalité de la moyenne pour des majorations, des minorations et des encadrements d'intégrales.</p> <p>Dans le cas de deux fonctions positives, connaître l'interprétation géométrique de cette propriété.</p> <p>Exploiter les propriétés de la fonction (parité, périodicité) pour calculer une intégrale.</p>	<p>Il convient, chaque fois que cela est possible, d'interpréter en termes d'aire les propriétés de l'intégrale afin d'éclairer leur signification.</p> <p>On obtient ainsi un encadrement de la valeur moyenne.</p>

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p><b>c) Valeur approchée d'une intégrale</b> Encadrement.</p> <p>Intégration numérique.</p>	<p>Encadrer une intégrale au moyen d'un encadrement de la fonction à intégrer.</p> <p>Calculer une valeur approchée de l'intégrale d'une fonction positive par des méthodes graphiques ou par une méthode d'intégration numérique.</p>	<p>Un tableur permet d'obtenir des résultats à la précision voulue.</p>
<p><b>d) Intégrale et primitive</b> <i>Théorème</i> : Si la fonction <math>F</math> est une primitive de la fonction <math>f</math> sur un intervalle <math>I</math>, alors, pour tous nombres réels <math>a</math> et <math>b</math> de <math>I</math>, le nombre <math>F(b)-F(a)</math> est indépendant du choix de <math>F</math> et</p> $F(b) - F(a) = \int_a^b f(t) dt .$	<p>Calculer une intégrale connaissant une primitive de la fonction à intégrer.</p>	<p>Ce théorème est valable pour toutes les fonctions « suffisamment régulières » étudiées.</p> <p>Toute formule de changement de variable est hors programme, de même que l'intégration par parties.</p>
<p><b>e) Application du calcul intégral</b> Calcul d'aires.</p> <p>Calcul de volumes.</p> <p>Applications technologiques.</p>	<p>Calculer l'aire d'un domaine compris entre deux courbes.</p> <p>Connaître et utiliser l'expression <math>V = \int_a^b S(z) dz</math>.</p> <p>Calculer le volume d'un solide de révolution.</p>	<p>Calcul du volume de solides usuels (pyramides, prismes, cônes, boules, ...).</p> <p>Exemples de calculs d'intégrales (suivant les spécialités) : valeurs moyennes de signaux, valeurs efficaces, moments d'inertie, ....</p>

## Calcul intégral 2

L'objectif est double :

- familiariser les élèves avec quelques problèmes relevant du calcul intégral et qui, en retour, donnent du sens à la notion d'intégrale : calcul de grandeurs géométriques (aires, ...), de grandeurs physiques (valeur moyenne, valeur efficace...);

- fournir aux élèves le symbolisme très efficace du calcul intégral.

On combinera les activités de calcul exact d'intégrales (qui mettent en œuvre le calcul de primitives) et les activités d'encadrement.

Les fonctions rencontrées sont suffisamment régulières pour que la question de l'existence de primitives ne se pose pas.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p><b>a) Intégrale d'une fonction sur un segment</b> Étant donné une fonction <math>f</math> ayant pour primitive <math>F</math> sur un intervalle <math>I</math>, et pour tous réels <math>a</math> et <math>b</math> appartenant à <math>I</math>, le nombre <math>F(b) - F(a)</math> est appelé intégrale de <math>a</math> à <math>b</math> de <math>f</math> et on le note</p> $\int_a^b f(t) dt .$ <p>Ce nombre est indépendant du choix de <math>F</math>.</p> <p>Dans le cas d'une fonction positive, interprétation graphique de l'intégrale à l'aide d'une aire.</p>	<p>Calculer l'intégrale sur un intervalle <math>[a, b]</math> de fonctions usuelles.</p> <p>Étant donné une fonction positive sur un intervalle <math>[a, b]</math>, (<math>a \leq b</math>), calculer l'aire sous la courbe.</p>	<p>On utilise la notation : <math>[F(t)]_a^b = F(b) - F(a)</math></p> <p>Toute formule de changement de variable est hors programme, de même que la méthode d'intégration par parties.</p> <p>Aucune théorie de la notion d'aire n'est au programme : on admet son existence et ses propriétés élémentaires. Les élèves doivent connaître l'aire des domaines usuels : rectangle, triangle, trapèze, secteur d'un disque.</p>



<p><b>b) Propriétés de l'intégrale</b></p> <p>-Additivité : pour tous nombres réels <math>a, b</math> et <math>c</math> d'un intervalle <math>I</math>,</p> $\int_a^c f(t) dt = \int_a^b f(t) dt + \int_b^c f(t) dt$ <p>- Linéarité :</p> $\int_a^b (f(t) + g(t)) dt = \int_a^b f(t) dt + \int_a^b g(t) dt$ $k \int_a^b f(t) dt = \int_a^b k f(t) dt, \text{ où } k \text{ est un nombre réel.}$	<p>Mettre en œuvre l'additivité.</p> <p>Mettre en œuvre ces relations.</p>	<p>Il convient d'interpréter en termes d'aire cette propriété, comme d'autres énoncées dans ce module (intégration d'inégalités, valeur moyenne d'une fonction...) afin d'éclairer leur signification.</p>
<p>- Positivité : si <math>a \leq b</math> et si <math>f \geq 0</math>, alors</p> $\int_a^b f(t) dt \geq 0.$ <p>- Intégration d'une inégalité.</p> <p>- Inégalité de la moyenne : Si <math>m \leq f \leq M</math> et <math>a \leq b</math>, alors</p> $m(b-a) \leq \int_a^b f(t) dt \leq M(b-a).$ <p>- Valeur moyenne d'une fonction sur l'intervalle <math>[a, b]</math>.</p>	<p>Mettre en œuvre ces relations pour obtenir des majorations, des minorations, des encadrements d'intégrales.</p> <p>Dans le cas de deux fonctions positives, connaître l'interprétation géométrique de cette propriété.</p> <p>Encadrer la valeur d'une intégrale.</p> <p>Connaître l'interprétation géométrique de la valeur moyenne en termes d'aire si la fonction <math>f</math> est positive. Calculer la valeur moyenne d'une fonction ou de son carré sur un intervalle.</p>	<p>La notion de valeur moyenne est à relier à l'enseignement de la physique : valeurs efficaces.</p>

### Calcul Intégral 3

L'objectif est double :

- Familiariser les élèves avec quelques *problèmes relevant du calcul intégral* et qui, en retour, *donnent du sens à la notion d'intégrale* : calcul de grandeurs géométriques (aires, volumes...), de grandeurs physiques (calcul de la distance parcourue connaissant la vitesse, valeur moyenne, valeur efficace...).
- Fournir aux élèves le *symbolisme* très efficace du calcul intégral.

On combinera les activités de *calcul exact* d'intégrales (qui mettent en œuvre le calcul de primitives) et les activités d'*encadrement* et de *calcul approché* (qui, de façon complémentaire, exploitent des idées géométriques à partir d'interprétations graphiques). Les fonctions rencontrées sont suffisamment régulières pour que la question de l'existence de primitives ne se pose pas.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p><b>a) Intégrale d'une fonction sur un segment</b></p> <p>Etant donné une fonction <math>f</math> ayant pour primitive <math>F</math> sur un intervalle <math>I</math>, pour tous nombres réels <math>a</math> et <math>b</math> appartenant à <math>I</math>, le nombre <math>F(b) - F(a)</math> est appelé intégrale de <math>a</math> à <math>b</math> de <math>f</math> et on le note</p> $\int_a^b f(t) dt.$ <p>Ce nombre est indépendant du choix de <math>F</math>.</p> <p>Dans le cas d'une fonction positive, interprétation graphique de l'intégrale à l'aide d'une aire.</p>	<p>Calculer l'intégrale sur un intervalle <math>[a, b]</math> de fonctions usuelles.</p> <p>Étant donné une fonction positive sur un intervalle <math>[a, b]</math>, (<math>a \leq b</math>), calculer l'aire sous la courbe.</p>	<p>On utilise la notation :</p> $[F(t)]_a^b = F(b) - F(a)$ <p>On remarque que la fonction <math>F</math> définie dans l'intervalle <math>I</math> par <math>F(x) = \int_a^x f(t) dt</math> est la primitive de <math>f</math> qui s'annule pour <math>x = a</math>.</p> <p>Aucune théorie de la notion d'aire n'est au programme : on admettra son existence et ses propriétés élémentaires. Les élèves doivent connaître l'aire des domaines usuels : rectangle, triangle, trapèze, secteur d'un disque.</p>

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p><b>b) Propriétés de l'intégrale</b></p> <p>-Additivité : pour tous nombres réels <math>a, b</math> et <math>c</math> d'un intervalle <math>I</math>,</p> $\int_a^c f(t) dt = \int_a^b f(t) dt + \int_b^c f(t) dt$ <p>- Linéarité :</p> $\int_a^b (f(t) + g(t)) dt = \int_a^b f(t) dt + \int_a^b g(t) dt$ <p>Si <math>k</math> est une constante réelle,</p> $k \int_a^b f(t) dt = \int_a^b k f(t) dt .$ <p>- Positivité : si <math>a \leq b</math> et si <math>f \geq 0</math>, alors</p> $\int_a^b f(t) dt \geq 0 .$ <p>- Intégration d'une inégalité.</p> <p>- Inégalité de la moyenne : Si <math>m \leq f \leq M</math> et <math>a \leq b</math>, alors</p> $m(b-a) \leq \int_a^b f(t) dt \leq M(b-a) .$ <p>- Valeur moyenne d'une fonction sur l'intervalle <math>[a, b]</math>.</p>	<p>Mettre en œuvre l'additivité.</p> <p>Mettre en œuvre ces relations.</p> <p>Mettre en œuvre ces relations pour des majorations, des minorations, des encadrements d'intégrales.</p> <p>Dans le cas de deux fonctions positives, connaître l'interprétation géométrique de cette propriété.</p> <p>Encadrer la valeur d'une intégrale.</p> <p>Connaître l'interprétation géométrique de la valeur moyenne en termes d'aire si la fonction <math>f</math> est positive. Calculer la valeur moyenne d'une fonction ou de son carré sur un intervalle.</p>	<p>Il convient d'interpréter en termes d'aire cette propriété, comme d'autres énoncées dans ce module (intégration d'inégalités, valeur moyenne d'une fonction...) afin d'éclairer leur signification.</p> <p>La notion de valeur moyenne est à relier à l'enseignement de la physique : calcul de valeurs efficaces, ....</p>
<p><b>c) Techniques de calcul</b></p> <p>Lecture inverse des formules de dérivation : primitives des fonctions de la forme <math>t \mapsto f'(at+b)</math>, <math>(\exp u)u'</math>, <math>u^\alpha u'</math> où <math>\alpha \in \mathbf{R}</math>, <math>\alpha \neq -1</math>, et <math>\frac{u'}{u}</math> (<math>u</math> étant une fonction de la variable <math>t</math>, à valeurs strictement positives).</p>	<p>Reconnaître qu'une fonction est de l'une de ces formes et déterminer ses primitives.</p>	<p>Toute formule de changement de variable est hors programme, de même que la méthode de l'intégration par parties.</p>
<p><b>d) Applications</b></p> <p>Calcul d'aires.</p> <p>Intégration numérique.</p> <p>Calcul de volumes.</p>	<p>Calculer l'aire d'un domaine compris entre deux courbes.</p> <p>Calculer le volume d'un solide de révolution. Connaître et utiliser l'expression</p> $V = \int_a^b S(z) dz .$	<p>A l'aide du tableur, on peut utiliser différentes méthodes (rectangles, trapèzes, ...) ; toutes indications utiles sont fournies aux élèves.</p> <p>Calcul de volumes de solides usuels (pyramides, prismes, cônes, boules, etc.).</p>

## Équations différentielles

L'objectif est de fournir à l'élève, à travers les équations différentielles, les premières notions pour l'étude des systèmes dynamiques dans différents domaines (circuits électriques, mouvement d'un point matériel, cinétique chimique, ...).

Toutes les fonctions que l'on considère sont suffisamment régulières.

La variable peut être notée  $t$  ou  $x$ , voire toute autre notation adaptée aux applications considérées. Dans certaines spécialités, en liaison avec d'autres disciplines, on peut être amené à étudier d'autres types d'équations différentielles mais aucune connaissance n'est exigible à ce sujet.

Contenus	Capacités Attendues	Commentaires
<p>a) Équation <math>y'+ay=b</math>, où <math>a</math> et <math>b</math> sont des nombres réels.</p> <p>Existence et unicité de la solution satisfaisant une condition initiale donnée.</p>	<p>Résoudre une équation différentielle qui peut s'écrire sous la forme <math>y'+ay=b</math>, où <math>a</math> et <math>b</math> sont des nombres réels.</p> <p>Calculer la solution satisfaisant une condition initiale donnée.</p>	<p>On traite tout d'abord le cas de l'équation homogène <math>y'+ay=0</math>.</p> <p>Exemples dans différents domaines : électricité, mécanique...</p> <p>L'existence et l'unicité peuvent être démontrées pour ce type d'équations différentielles.</p>
<p>b) Équation <math>y'=ay^2</math>, où <math>a</math> est un nombre réel (non nul).</p> <p>Existence et unicité de la solution satisfaisant une condition initiale donnée.</p>	<p>Résoudre une équation différentielle qui peut s'écrire sous la forme <math>y'=ay^2</math>, où <math>a</math> est un nombre réel (non nul).</p> <p>Calculer la solution satisfaisant une condition initiale donnée.</p>	<p>Ce type d'équation intervient notamment en cinétique chimique.</p> <p>L'existence et l'unicité de la solution satisfaisant une condition initiale donnée est admise.</p> <p>On précisera le domaine de définition de la solution obtenue.</p>
<p>c) Équation <math>y''+\omega^2 y=0</math>, où <math>\omega</math> est un nombre réel (non nul).</p> <p>Existence et unicité de la solution satisfaisant des conditions initiales données.</p>	<p>Résoudre une équation différentielle qui peut s'écrire sous la forme <math>y''+\omega^2 y=0</math>, où <math>\omega</math> est un nombre réel (non nul). Savoir que les solutions sont sinusoïdales et en donner la période.</p> <p>Calculer la solution satisfaisant des conditions initiales données.</p>	<p>La forme générale des solutions est admise.</p> <p>L'existence et l'unicité de la solution satisfaisant des conditions initiales données sont admises.</p> <p>Exemples dans différents domaines : électricité, mécanique...</p> <p>Le cas de l'équation <math>y''=a</math>, où <math>a</math> est un nombre réel, utile pour la mécanique du point et la résistance des matériaux, est traité par simple calcul de primitives.</p>

## Géométrie plane 1

Les activités technologiques utilisent des représentations graphiques et des figures, d'où l'importance de la géométrie. Mais il n'y a pas lieu de s'étendre sur les aspects théoriques et *tout point de vue axiomatique est exclu* ; il s'agit, comme au collège et en seconde, de développer une certaine maîtrise du plan par la *pratique des figures*.

Les premiers éléments du calcul vectoriel dans le plan ont été étudiés

en seconde ; le programme comporte la mise en place du *produit scalaire* et une première approche sur les *barycentres*.

L'étude des équations de droites est poursuivie.

On utilise les possibilités qu'offrent les logiciels de géométrie dynamique.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p>a) Barycentre de deux points pondérés.</p> <p>Réduction de <math>\alpha\vec{MA} + \beta\vec{MB}</math> dans le cas où <math>\alpha + \beta \neq 0</math>.</p> <p>Caractérisation du barycentre par <math>\alpha\vec{GA} + \beta\vec{GB} = \vec{0}</math>.</p> <p>Extension à un système de trois ou quatre points pondérés.</p>	<p>Transformer une relation vectorielle simple en vue de construire un barycentre.</p> <p>Calculer les coordonnées d'un barycentre de deux points pondérés.</p> <p>Utiliser sur des exemples simples liés aux enseignements technologiques, la notion de barycentre partiel.</p>	<p>Les élèves doivent savoir que le barycentre de deux points distincts appartient à la droite définie par ces points.</p> <p>La recherche d'un barycentre ne porte que sur des <i>exemples numériques issus</i> notamment de la mécanique, où le calcul vectoriel permet, de façon très simple, d'associer les points pour le déterminer ; tout énoncé général concernant l'associativité de la barycentration est hors programme. On ne multiplie pas les exemples de recherche et de construction de barycentres.</p>

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
b) Produit scalaire ; expressions du produit scalaire : $\vec{u} \cdot \vec{v} = \ \vec{u}\  \ \vec{v}\  \cos\theta$ $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \vec{OA} \cdot \vec{OH}$ $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy'$ $2 \vec{u} \cdot \vec{v} = \ \vec{u} + \vec{v}\ ^2 - \ \vec{u}\ ^2 - \ \vec{v}\ ^2$ Propriétés du produit scalaire : symétrie, linéarité.	Calculer le produit scalaire de deux vecteurs. Déterminer si deux droites sont orthogonales. Utiliser le produit scalaire sur des exemples simples.	Quel que soit le choix de présentation fait par le professeur pour l'introduction du produit scalaire de deux vecteurs, les quatre expressions doivent être présentées. Selon le contexte technologique, certaines de ces expressions sont privilégiées.
c) Formules d'addition et de duplication pour les fonctions cosinus et sinus.	Connaître ces formules et les utiliser sur des exemples simples.	On peut donner des exemples de calcul de valeurs exactes du sinus et du cosinus d'angles particuliers, résoudre des équations trigonométriques simples. Les formules de conversion de produit en somme et de somme en produit ne sont pas au programme ; il en est de même de la linéarisation des puissances autres que $\cos^2 a$ et $\sin^2 a$ .
d) Équations cartésiennes d'une droite du plan.	Déterminer un vecteur normal à une droite d'équation donnée. Déterminer une équation d'une droite à partir d'un point et d'un vecteur normal.	On réinvestit les connaissances de la classe de seconde sur les équations de droites. On introduit sur des exemples la notion d'équation cartésienne, mais aucun développement général sur cette notion n'est attendu.

## Géométrie plane 2

Certaines spécialités technologiques utilisent fréquemment des calculs sur des figures, notamment les triangles, d'où l'importance des activités de calculs de mesures d'angles, de longueurs et d'aires.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<b>Applications du produit scalaire</b> a) Équation d'un cercle.	Déterminer dans un repère orthonormal, une équation cartésienne d'un cercle défini par son centre et son rayon. Donner le rayon et le centre d'un cercle à partir de son équation réduite.	La détermination du centre et du rayon d'un cercle donné par son équation cartésienne développée n'est pas exigible des élèves. Comme application du produit scalaire, on peut déterminer, sur des exemples, une équation d'un cercle de diamètre [AB].
b) Calcul de mesures d'angles, de longueurs et d'aires sur des figures planes.	Utiliser la relation $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ sous la forme $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\hat{A})$ .	Pour certains exercices, il peut être utile de disposer des relations reliant les sinus des angles, les longueurs des côtés et l'aire d'un triangle.

## Calcul vectoriel dans l'espace

Le programme comporte une brève extension du calcul vectoriel à l'espace, principalement dans le cadre de la géométrie analytique, en

relation avec l'étude de figures et avec l'enseignement de la physique et de la mécanique.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
a) Vecteurs : somme et produit par un nombre réel. Norme d'un vecteur, vecteurs orthogonaux. Bases orthonormales ; repères orthonormaux.	Connaître la définition d'une base orthonormale de l'espace. Exprimer la norme d'un vecteur dans une base orthonormale.	L'extension à l'espace des propriétés des vecteurs du plan se fait de façon intuitive. L'étude des barycentres n'est pas un objectif du programme.
b) Expression analytique du produit scalaire et de la norme dans une base orthonormale.	Exprimer le produit scalaire de deux vecteurs dans une base orthonormale. Déterminer une équation cartésienne d'une sphère de centre et de rayon donnés. Reconnaître, dans des cas simples l'orthogonalité ou le parallélisme de droites et de plans.	Les situations étudiées sont directement liées aux enseignements technologiques.
c) Produit vectoriel. Définition ; calcul dans une base orthonormale directe.		En liaison avec l'enseignement technologique, on est amené à définir le produit vectoriel et à donner ses premières propriétés.

## Géométrie dans l'espace

En prolongement de ce qui a été enseigné au collège et en seconde, la description et l'étude de solides simples de l'espace, représentés en perspective cavalière, sont un moyen de renforcer la vision dans l'espace.  
L'étude de situations planes permet de réinvestir les calculs de

mesures.

On utilise les possibilités qu'offrent les logiciels de géométrie dynamique et éventuellement les logiciels de modélisation volumique.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
a) Perspective cavalière.	Représenter en perspective des solides simples. Représenter en perspective ou en vraie grandeur des sections planes. Effectuer des calculs de longueurs, aires ou volumes.	Comme dans les classes antérieures, pour l'ensemble des activités sur les configurations de l'espace, les élèves doivent être entraînés à l'emploi fréquent de croquis perspectifs avec ponctuation. On s'assure qu'ils ont une bonne pratique des règles permettant la réalisation de tels croquis, mais tout exposé sur la perspective cavalière est exclue. On rappelle au besoin, les propriétés usuelles : conservation des milieux, des rapports, du contact ; mais non des longueurs ou des angles On traite des exemples simples de recherche et de représentation (en perspective ou en vraie grandeur) de sections planes (sections de prismes et de pyramides par des plans parallèles au plan de base ; méridiennes et parallèles de surface de révolution...) Pour aborder ces problèmes, les élèves peuvent s'aider de manipulations de solides et d'un logiciel de géométrie. On peut également s'appuyer sur les logiciels de DAO et CAO.
b) Modélisation volumique. Exemples de solides : prisme, pyramide, cylindre, cône, sphère ; définitions, propriétés Exemples d'assemblage.		Cette étude se fait en liaison avec les logiciels de modélisation volumique utilisés en ingénierie mécanique. Pour l'assemblage les transformations utiles sont la translation et la rotation.

## Probabilités 1

Cette partie est un premier contact avec la théorie des probabilités. L'objectif est d'entraîner les élèves à *décrire quelques expériences* (ou épreuves) *aléatoires simples* et à *calculer des probabilités*. On évite tout développement (trop) théorique. On peut introduire la notion de probabilité en faisant référence aux simulations abordées dans la partie statistique du programme de la classe de seconde qui montrent la relative stabilité de la fréquence d'un événement donné lorsque l'expérience est répétée un grand nombre de fois. La description d'épreuves aléatoires amène aussi à organiser des

données : on se limite à quelques exemples qui permettent de mettre en valeur les idées et qui ne comportent pas de difficultés combinatoires. L'usage de la calculatrice ou d'un tableur permet d'enrichir le champ des épreuves aléatoires simulées.

Les notions de probabilité conditionnelle, d'indépendance et de variable aléatoire ne sont pas au programme de ce module.

Il est important que les élèves puissent se familiariser avec les probabilités pendant une durée suffisante : l'étude de ce chapitre ne doit pas être bloquée en fin d'année.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Épreuves, événements élémentaires ou issues, répartition de probabilité.	Décrire une épreuve par la liste des issues et de leurs probabilités.	Seul est au programme le cas où l'ensemble des issues est fini.
Réunion, intersection d'événements, événements disjoints ou incompatibles, événement contraire.	Connaître les symboles $\cup$ , $\cap$ et leur sens ainsi que la notation $\bar{A}$ pour l'événement contraire.	Les élèves doivent être habitués à décrire ces événements à l'aide d'une phrase. C'est l'occasion d'un travail (modeste) sur le « et » et le « ou », en notant bien que le « ou » est inclusif.
Probabilité d'un événement. Cas où les événements élémentaires sont équiprobables.	Organiser des données sous forme de partitions, arbres, tableaux,... pour dénombrer dans le cadre de la description d'une épreuve aléatoire.  Calculer la probabilité d'un événement par addition des probabilités des événements élémentaires qui le composent. Calculer la probabilité de la réunion de deux événements, d'un événement contraire.	L'étude des arrangements et combinaisons est hors programme. L'objectif est d'étudier des situations permettant de bien saisir la démarche du calcul des probabilités plutôt que des exemples comportant des difficultés techniques de dénombrement.

## Probabilités 2

Le programme de probabilités permet de consolider, d'approfondir et de compléter les notions abordées en classe de première. Il se limite à des ensembles finis et à des situations ne comportant pas de difficultés techniques de dénombrement. Pour les variables

aléatoires, on se limite à l'étude d'exemples qui peuvent notamment faciliter l'étude d'expériences aléatoires. La notion d'indépendance fait l'objet d'une première approche. L'étude des arrangements et combinaisons est hors programme.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
a) Variable aléatoire (réelle) définie sur un ensemble fini : loi de probabilité, espérance mathématique, variance, écart type.	Donner, dans des cas simples, la loi de probabilité d'une variable aléatoire.  Connaissant la loi de probabilité d'une variable aléatoire, calculer la probabilité d'un événement. Calculer l'espérance mathématique, la variance, l'écart type.	On s'attache à étudier des situations, permettant de bien saisir la démarche du calcul des probabilités, résolubles à l'aide d'arbres, de tableau ou de diagrammes, et non des exemples comportant des difficultés techniques de dénombrement.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
b) Indépendance de deux événements.	Caractériser l'indépendance de deux événements par l'égalité : $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ . Démontrer ou utiliser l'indépendance de deux événements.	La notion d'événements indépendants permet de justifier le calcul de la probabilité d'un événement dans le cas d'une succession d'expériences aléatoires indépendantes : « <i>La probabilité de la liste des issues est le produit des probabilités de chaque issue.</i> ». Exemple : Déterminer la loi d'une variable aléatoire associée à la répétition d'épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes (loi binomiale).

## Statistique 1

En statistique, la lecture, l'interprétation et la réalisation de tableaux et de graphiques qui ont fait l'objet d'activités au collège et en classe de seconde sont consolidées.

Les situations étudiées sont moins élémentaires et issues, notamment, du domaine technologique. De nouveaux résumés statistiques, par exemple le couple (moyenne ; écart type), sont

introduits. Ces situations servent de support pour entraîner les élèves à la pratique de la démarche propre à la statistique en tirant parti des possibilités offertes par les outils informatiques (calculatrices, ordinateurs). À cette occasion, la pratique du tableur est indispensable et il conviendra de développer l'autonomie des élèves pour lire et interpréter des tableaux, des graphiques ou des textes.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
a) Étude de séries de données statistiques à une variable. - Tendances centrale : moyenne.  - Dispersion : variance, écart type.  - Application à l'étude de séries statistiques à une variable.	Calculer une moyenne à l'aide d'une calculatrice ou d'un tableur. Calculer une moyenne à partir des moyennes de sous-populations.  Calculer la variance ou l'écart type à l'aide d'une calculatrice ou d'un tableur.  Rédiger l'interprétation de résultats dans le cadre de l'analyse d'une série ou de plusieurs séries statistiques.	Il s'agit de consolider les connaissances de la classe de seconde. Le tableur permet d'aborder des populations de grand effectif.  Dans le prolongement de ce qui a été fait en seconde sur la médiane, on présente d'autres indices de dispersion (écart interquartile, écart interdécile). Il s'agit de l'écart-type d'une population et non de l'écart type estimé à partir d'un échantillon. Le calcul d'un écart-type à la main à l'aide d'un tableau n'est pas un objectif et ne peut être exigible.  Les situations étudiées sont tirées des enseignements technologiques. Il s'agit de commenter des informations numériques ou graphiques portant notamment sur la tendance centrale et la dispersion.
b) Expérimentation et simulation.	Dans des situations élémentaires, reconnaître et réinvestir des situations de probabilités issues de différents types de tirages aléatoires.	On simule des épreuves aléatoires sur tableur ou à l'aide d'un générateur de « nombres aléatoires » et on compare les fréquences observées aux probabilités données ou calculées. Exemples en liaison avec les enseignements technologiques : - observation de la proportion des termes d'une série appartenant à l'intervalle $[\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma]$ ou à l'intervalle $[\bar{x} - 3\sigma, \bar{x} + 3\sigma]$ ; - simulation de la somme des mesures de deux ou trois longueurs, chacune étant obtenue par tirage aléatoire sur un intervalle borné donné, et étude de la variance de cette somme ; - simulation de la différence des mesures de deux grandeurs, chacune étant obtenue par tirage aléatoire sur un intervalle borné donné, et étude de la variance de cette différence.

## Statistique 2

L'objectif est de prolonger l'observation de la fluctuation d'échantillonnage abordée en classe de seconde, l'introduction de l'écart type en classe de première permettant de s'intéresser à la dispersion. On se limite ici au cas des fréquences en raison de la simplicité d'une approche expérimentale par simulation, malgré l'importance des moyennes en contrôle de qualité : il s'agit de mettre en évidence certaines relations entre d'une part la population dans laquelle des prélèvements d'échantillons sont effectués et, d'autre part, la série statistique constituée des fréquences observées dans ces échantillons.

Le but est de faciliter l'étude ultérieure de méthodes statistiques, s'appuyant sur le calcul des probabilités, mises en œuvre notamment dans le contrôle en cours de fabrication ou à la réception d'une production : estimation d'un paramètre, prise de décision à la suite d'un test, fiabilité.

Plus généralement, vu l'importance des procédures statistiques dans de nombreux secteurs de la vie professionnelle et sociale, il s'agit de préparer à une utilisation raisonnée des logiciels et à une interprétation pertinente des résultats obtenus.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p>Distribution d'échantillonnage d'une fréquence.</p> <p>Moyenne et écart type de la distribution d'échantillonnage d'une fréquence.</p>	<p>Comparer, relativement à un même caractère, la fréquence <math>p</math> d'une population et la moyenne de la série des fréquences <math>f_i</math> des échantillons aléatoires de même taille <math>n</math> prélevés, lorsque <math>p</math> est connu.</p> <p>Comparer de même l'écart type de la série des fréquences <math>f_i</math> au nombre <math>\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}</math>.</p> <p>Calculer la proportion exprimée en pourcentage des échantillons de taille <math>n</math> prélevés dont la fréquence appartient à l'intervalle <math>[p - 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}, p + 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}]</math> et le comparer à 95 %.</p>	<p>Les exemples seront choisis dans les domaines technologiques et dans celui de l'environnement. L'expérimentation pourra être réalisée par simulation sur calculatrice ou sur tableur.</p> <p>On se restreint ici au cas où <math>n \geq 30</math>, <math>np \geq 5</math> et <math>n(1-p) \geq 5</math> ; la connaissance de ces conditions n'étant pas exigible.</p> <p>On suppose que la population est suffisamment importante pour pouvoir assimiler les prélèvements à des tirages avec remise.</p> <p>On distinguera nettement, par les notations, la fréquence <math>p</math> des individus d'une population et les fréquences <math>f_i</math> d'apparition de ces caractères dans des échantillons aléatoires.</p> <p>On observera l'évolution de la dispersion lorsque la taille <math>n</math> des échantillons augmente.</p> <p>Un histogramme correspondant à un regroupement en classes des valeurs des fréquences <math>f_i</math> permet d'illustrer la répartition de ces valeurs autour de <math>p</math>. Pour un nombre suffisant d'échantillons, on peut observer qu'un tel histogramme a une allure « en cloche » qui est à rapprocher de certaines courbes figurant dans des documents professionnels relatifs au contrôle de qualité.</p> <p>On pourra remplacer 1,96 par 2,58 et 95 % par 99 %.</p>



### Statistique 3

Le programme de statistique est un terrain pour des activités interdisciplinaires et pour la consolidation des techniques élémentaires de calcul : usage des fractions, des pourcentages,

proportionnalité. Les statistiques à deux variables sont utiles pour analyser, interpréter et prévoir.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<b>Étude de séries de données statistiques quantitatives à deux variables</b> Nuage de points, point moyen.  Ajustement affine.	Associer un tableau de données à la suite $(x_k, y_k)$ , $1 \leq k \leq N$ , où $N$ est l'effectif de la population.  Représenter graphiquement un nuage de points et déterminer le point moyen.  Trouver une fonction affine associée à un ajustement déterminé. Utiliser cette fonction pour interpoler ou extrapoler.	Le point moyen a pour coordonnées $(\bar{x}, \bar{y})$ .  L'objectif est d'étudier le lien éventuel entre deux caractères d'une même population. L'ajustement est réalisé suivant les exemples par une méthode graphique ou par la méthode des moindres carrés à l'aide de la calculatrice ou du tableur.