

☞ **Sujet Baccalauréat spécialité Centres Étrangers–Suède J1 bis** ☞

7 juin 2024

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Exercice 1

4 points

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est juste ou fausse. Chaque réponse doit être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

Affirmation 1 : Soit (E) l'équation différentielle : $y' - 2y = -6x + 1$.

La fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = e^{2x} - 6x + 1$ est une solution de l'équation différentielle (E).

Affirmation 2 : On considère la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par

$$u_n = 1 + \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{3}{4}\right)^n$$

La suite (u_n) a pour limite $+\infty$.

Affirmation 3 : On considère la suite (u_n) définie dans l'affirmation 2.

L'instruction `suite(50)` ci-dessous, écrite en langage Python, renvoie u_{50} .

```

1 def suite(k):
2     S=0
3     for i in range(k):
4         S=S+(3/4)**k
5     return S

```

Affirmation 4 : Soit a un réel et f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = a \ln(x) - 2x.$$

Soit C la courbe représentative de la fonction f dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Il existe une valeur de a pour laquelle la tangente à C au point d'abscisse 1 est parallèle à l'axe des abscisses.

Exercice 2

5 points

Au cours d'une séance, un joueur de volley-ball s'entraîne à faire des services. La probabilité qu'il réussisse le premier service est égale à 0,85.

On suppose de plus que les deux conditions suivantes sont réalisées :

- si le joueur réussit un service, alors la probabilité qu'il réussisse le suivant est égale à 0,6;

- si le joueur ne réussit pas un service, alors la probabilité qu'il ne réussisse pas le suivant est égale à 0,6.

Pour tout entier naturel n non nul, on note R_n l'évènement « le joueur réussit le n -ième service » et $\overline{R_n}$ l'évènement contraire.

Partie A

On s'intéresse aux deux premiers services de l'entraînement.

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Démontrer que la probabilité de l'évènement R_2 est égale à 0,57.
3. Sachant que le joueur a réussi le deuxième service, calculer la probabilité qu'il ait raté le premier.
4. Soit Z la variable aléatoire égale au nombre de services réussis au cours des deux premiers services.
 - a. Déterminer la loi de probabilité de Z (on pourra utiliser l'arbre pondéré de la question 1).
 - b. Calculer l'espérance mathématique $E(Z)$ de la variable aléatoire Z .

Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Partie B

On s'intéresse maintenant au cas général.

Pour tout entier naturel n non nul, on note x_n la probabilité de l'évènement R_n .

1.
 - a. Donner les probabilités conditionnelles $P_{R_n}(R_{n+1})$ et $P_{\overline{R_n}}(\overline{R_{n+1}})$.
 - b. Montrer que, pour tout entier naturel non nul n , on a : $x_{n+1} = 0,2x_n + 0,4$.
2. Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n non nul par : $u_n = x_n - 0,5$.
 - a. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique.
 - b. Déterminer l'expression de x_n en fonction de n . En déduire la limite de la suite (x_n) .
 - c. Interpréter cette limite dans le contexte de l'exercice.

Exercice 3

7 points

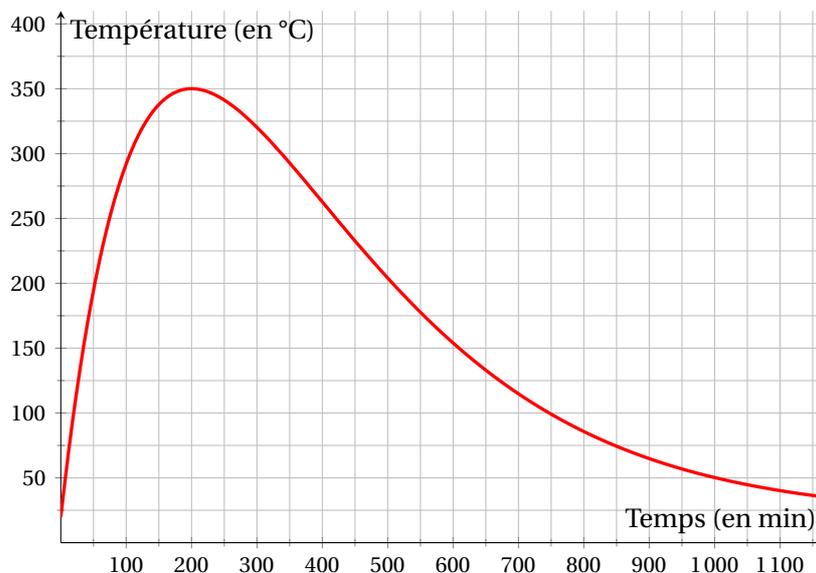
Un organisme certificateur est missionné pour évaluer deux appareils de chauffage, l'un d'une marque A et l'autre d'une marque B.

Les parties 1 et 2 sont indépendantes.

Partie 1 : appareil de la marque A

À l'aide d'une sonde, on a mesuré la température à l'intérieur du foyer d'un appareil de la marque A.

On a représenté, ci-dessous, la courbe de la température en degrés Celsius à l'intérieur du foyer en fonction du temps écoulé, exprimé en minutes, depuis l'allumage du foyer.



Par lecture graphique :

1. Donner le temps au bout duquel la température maximale est atteinte à l'intérieur du foyer.
2. Donner une valeur approchée, en minutes, de la durée pendant laquelle la température à l'intérieur du foyer dépasse 300 °C.
3. On note f la fonction représentée sur le graphique.

Estimer la valeur de $\frac{1}{600} \int_0^{600} f(t) dt$. Interpréter le résultat.

Partie 2 : étude d'une fonction

Soit la fonction g définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par :

$$g(t) = 10t e^{-0,01t} + 20.$$

1. Déterminer la limite de g en $+\infty$.
2.
 - a. Montrer que pour tout $t \in [0 ; +\infty[$, $g'(t) = (-0,1t + 10)e^{-0,01t}$.
 - b. Étudier les variations de la fonction g sur $[0 ; +\infty[$ et construire son tableau de variations.
3. Démontrer que l'équation $g(t) = 300$ admet exactement deux solutions distinctes sur $[0 ; +\infty[$. En donner des valeurs approchées à l'unité.
4. À l'aide d'une intégration par parties, calculer $\int_0^{600} g(t) dt$.

Partie 3 : évaluation

Pour un appareil de la marque B, la température en degrés Celsius à l'intérieur du foyer t minutes après l'allumage est modélisée sur $[0 ; 600]$ par la fonction g .

L'organisme certificateur attribue une étoile par critère validé parmi les quatre suivants :

- Critère 1 : la température maximale est supérieure à 320 °C.
- Critère 2 : la température maximale est atteinte en moins de 2 heures.
- Critère 3 : la température moyenne durant les 10 premières heures après l'allumage dépasse 250 °C.

- Critère 4 : la température à l'intérieur du foyer ne doit pas dépasser 300 °C pendant plus de 5 heures.

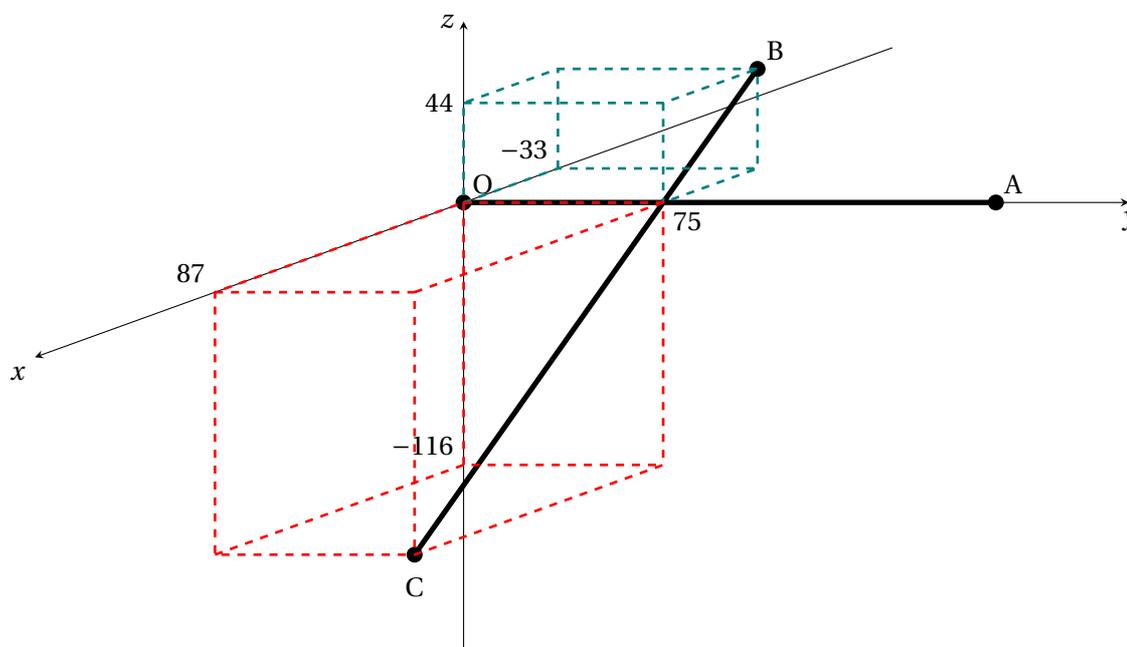
Chaque appareil obtient-il exactement trois étoiles? Justifier votre réponse.

Exercice 4

4 points

On modélise un passage de spectacle de voltige aérienne en duo de la manière suivante :

- on se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, une unité représentant un mètre;
- l'avion n° 1 doit relier le point O au point A(0 ; 200 ; 0) selon une trajectoire rectiligne, à la vitesse constante de 200 m/s;
- l'avion n° 2 doit, quant à lui, relier le point B(-33 ; 75 ; 44) au point C(87 ; 75 ; -116) également selon une trajectoire rectiligne, et à la vitesse constante de 200 m/s.
- au même instant, l'avion n° 1 est au point O et l'avion n° 2 est au point B.



1. Justifier que l'avion n° 2 mettra autant de temps à parcourir le segment [BC] que l'avion n° 1 à parcourir le segment [OA].
2. Montrer que les trajectoires des deux avions se coupent.
3. Les deux avions risquent-ils de se percuter lors de ce passage?