

♣ Baccalauréat Strasbourg 1950 ♣

Série mathématiques et mathématiques et technique

I

1^{er} sujet. - Limite du rapport $\frac{\sin x}{x}$ lorsque x tend vers 0.

Application : dérivées de $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$.

2^e sujet. - Exposer une méthode de résolution de l'équation

$$a \cos x + b \sin x = c.$$

Discuter.

3^e sujet. - Calculer les éléments d'un triangle, connaissant les côtés a , b , et l'angle A . Discuter.

II

(E) est une ellipse donnée, de centre O, de foyers F et F'. On désigne par a le rayon du cercle principal (O) et par $2c$ la distance FF'.

1. Soit H la projection de F sur une tangente (Δ) à l'ellipse (E). Soient M et M' les points de (Δ) définis par

$$HM = HM' = HF.$$

Rappeler quel est, lorsque (Δ) varie, le lieu de H.

Calculer FM et FM' en fonction de a et c .

En déduire que, lorsque (Δ) varie, le lieu de M et M' est un cercle (C) de centre F.

2. Soit I le point de rencontre des tangentes au cercle (C) en M et M'.
Par quelle transformation simple peut-on déduire I de H?
Montrer que le lieu de I est, lorsque (Δ) varie, un cercle (C').
3. Les droites rectangulaires F'M, F'M' recoupent respectivement (C) aux points P et P'.
Montrer que les quatre côtés du quadrilatère MM'PP' sont tangents à (E).
En déduire qu'il existe une infinité de quadrilatères inscrits à (C) et circonscrits à (E), puis qu'il existe une infinité de quadrilatères inscrits à (C') et circonscrits à (C).
4. On désigne par K' le pied sur la droite FF' de la directrice associée au foyer F' [on rappelle que cette directrice est la polaire de F' par rapport au cercle principal (O)].
Montrer que F' et K' sont conjugués par rapport à (C).
Montrer que les trois cercles (O), (C), (C') appartiennent à un même faisceau à points limites.
[À cet effet il pourra être utile de considérer le faisceau de cercles orthogonaux aux cercles (O) et (C).]

N. B. - La question n° 4 est facultative pour les candidats de la série *Mathématiques et Technique*