

∞ Baccalauréat - Strasbourg juin 1951 ∞

SÉRIE MATHÉMATIQUES

I

1^{er} sujet

Propriétés des restes de la division, par un nombre entier, d'une somme, d'une différence et d'un produit de nombres entiers.

Application à la divisibilité par 11.

2^e sujet

Montrer que tout nombre entier non premier admet un diviseur premier différent de l'unité et que la suite des nombres premiers est illimitée.

3^e sujet

Étant donné trois entiers a , b et c , montrer que si c divise le produit ab et est premier avec a , il divise b .

En déduire l'unicité (à l'ordre près) de la décomposition d'un nombre entier en produit de puissances de nombres premiers.

II

On donne une sphère (S) de centre O et de rayon R; deux plans tangents (f) et (m), dont les points de contact seront désignés par F et M, se coupent suivant une droite D.

On appelle I le milieu du segment FM et H la projection de M sur D.

1. Montrer que la droite D est perpendiculaire au plan FOM. Quelle relation existe-t-il entre OI, OH et R?
2. M décrit un cercle donné (C) tracé sur (S). Le point I étant donné sur (S), déterminer la courbe (C') lieu de I et la courbe (Γ) lieu de H.
Le cercle (C) étant fixé, où doit se trouver le point F pour que (Γ) soit une droite?
3. Déterminer, dans les mêmes conditions, la courbe (K) du plan (f) à laquelle la droite D reste tangente lorsque M décrit (C).
Discuter la nature de (K) suivant la position de F sur (S) (on pourra laisser de côté le cas où F est sur le cercle (C)).
4. Montrer que, lorsque F n'est pas situé sur (C), la courbe (K) est la section par (f) du cône (ou cylindre) circonscrit à (S) le long de (C).
Retrouver ainsi les résultats de la discussion précédente (question n° 3).

N. B. - Il est recommandé aux candidats de faire plusieurs figures simples, chacune d'elles indiquant simplement quelques détails de la figure dans l'espace.