

∞ Baccalauréat Vietnam du Nord juin 1951 ∞

Série mathématiques

I

1^{er} sujet

Montrer que le mouvement rectiligne défini par l'équation

$$x = a \cos(\omega t + \alpha) + b \cos(\omega t + \beta)$$

est, en général, un mouvement vibratoire simple dont on déterminera les éléments (on supposera les nombres a et b positifs).

2^e sujet

Mouvement de rotation d'un corps solide autour d'un axe : définition, propriétés principales, vitesse angulaire du corps.

3^e sujet

Équilibre d'un point matériel M pouvant glisser avec ou sans frottement sur une sphère.

Application : Déterminer les positions d'équilibre lorsque la seule force directement appliquée à M est son poids.

II

A et B désignent deux points diamétralement opposés sur un cercle (C) de centre O et de rayon r . Deux points variables M et N décrivent la droite BT, tangente en B à (C), de façon que M soit constamment le milieu de SN.

La droite AM recoupe (C) en P, la droite AN recoupe (C) en Q.

1. Calculer-les tangentes du angles du triangle APQ en fonction de r et de la longueur x du segment SM.

Déterminer par sa tangente le maximum de l'angle PAQ lorsque x varie. Montrer que lorsque ce maximum est atteint, la droite PQ est parallèle au diamètre AB.

2. Soient H et K les projections respectives de A et B sur la droite PQ.

Établir les égalités $HQ = QP = PK$ (à cet effet on pourra démontrer au préalable l'égalité des angle HAQ et PAB).

En déduire que, lorsque M décrit la droite BT, la droite PQ reste tangente à une ellipse fixe (E) de cercle principal (C). Quelle est l'excentricité de (E) ?

3. Soit (Γ) le cercle orthogonal à (C) en P et Q. En utilisant une inversion convenable de centre A, montrer que, lorsque M décrit la droite BT, le cercle (Γ) est constamment tangent à deux cercles fixes et la droite joignant les points de contact passe par un point fixe.

En déduire le lieu géométrique du pôle de la droite PQ par rapport à (C).

N. B. Les trois parties du problème peuvent être traitées dans un ordre arbitraire.