∾ Évaluation ESciA session 19 mars 2022 ∾

Mathématiques générales Épreuve 1

Durée : 1 h 30 min

FONCTIONNEMENT DES QUESTIONS

• Les questions à *choix multiples* sont numérotées **M1**, **M2** etc. Le candidat y répond en **noircissant** la case correspondant à sa réponse dans la feuille-réponse □.
Pour chacune de ces questions, il y a une et une seule bonne réponse.
Toute réponse fausse retire des points aux candidats.
Noircir plusieurs réponses à une même question a un effet de neutralisation (le candidat récoltera 0 point).

• Les questions *à réponse brute* sont numérotées L1, L2, etc.
Elles ne demandent aucune justification : les résultats sont reportés par le candidat dans le cadre correspondant sur la feuille-réponse △. Tout débordement de cadre est interdit.

• Les questions *à réponse rédigée* sont numérotées R1, R2, etc. Elles sont écrites dans le cadre correspondant sur la feuille-réponse ◯ ou la feuille-réponse △, selon le symbole précédant le numéro de la question. Tout débordement de cadre est interdit.

CONSEILS DE BON SENS

• L'énoncé est (très) long : il n'est absolument pas nécessaire d'avoir tout traité pour avoir une note et un classement excellents.
• Ne vous précipitez pas pour reporter vos réponses, notamment aux questions à choix multiples. Il est préférable d'avoir terminé un exercice avant d'en reporter les réponses.
• Ne répondez jamais au hasard à une question à choix multiples !
• Selon l'exercice, les questions peuvent être dépendantes les unes des autres ou non. Soyez attentifs à la variété des situations.

Exercice 1. Une suite récurrente

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \dfrac{1}{3}u_n + 2$ pour tout entier naturel n.
On pose $a_n = u_n - 3$ lorsque n est un entier naturel.

☐ **M1** La valeur de u_2 est :

A $\dfrac{37}{3}$ B $\dfrac{25}{9}$ C $\dfrac{25}{3}$ $\dfrac{37}{9}$ $\dfrac{10}{3}$

☐ **M2** La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$:

A n'est ni arithmétique, ni géométrique B est arithmétique C est géométrique

☐ **M3** La suite $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$:

A est arithmétique B est géométrique C n'est ni arithmétique, ni géométrique

☐ **M4** La raison de la suite $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est :

A $\dfrac{1}{3}$ B 2 C $-\dfrac{2}{3}$ D Cette suite ne possède pas de raison E 3

☐ **M5** Pour tout entier naturel n, le terme a_n vaut :

A $-2\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$ B $\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$ C $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n+1}$ D $-\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n+1}$ E $-2\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n+1}$

☐ **M6**

Pour tout entier naturel n, le terme u_n vaut :

A $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n+1} + 3$

B $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n} - 3$

C $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n+2} + 3$

D $-2\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n+2} - 3$

E $-2\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n} + 3$

◯ **R1** Déterminer la limite de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$, en justifiant votre réponse.

Exercice 2. Identités algébriques

☐ **M7** Étant donné un réel x différent de -2, la quantité $\dfrac{2}{x+2} - 1$ est systématiquement égale à :

A $\dfrac{1}{x+2}$ B $\dfrac{-x+4}{x+2}$ C $\dfrac{1-x}{x}$ D $\dfrac{-x}{x+2}$ E aucune des autres réponses

☐ **M8** Étant donné un réel x différent de 1 et -1, la quantité $\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{1}{x-1}$ est systématiquement égale à :

A aucune des autres réponses
B $\dfrac{2}{(x+1)(1-x)}$
C $\dfrac{2x}{(x+1)(1-x)}$
D $\dfrac{1}{2}$
E 1

☐ **M9** Étant donné un réel x différent de 1 et -1, la quantité $\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{1}{x-1}$ est systématiquement égale à :

A $\dfrac{x-1}{x}$
B $\dfrac{x-1}{x+1}$
C $\dfrac{x+2}{x-1}$
D $\dfrac{x-2}{x-1}$
E aucune des autres réponses

☐ **M10** Étant donné deux réels non nuls a et b, la quantité $\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}$ est systématiquement égale à :

A aucune des autres réponses
B $\dfrac{2ab}{a+b}$
C $\dfrac{ab}{a+b}$
D $\dfrac{a^2+b^2}{ab}$
E $\dfrac{a+b}{ab}$

☐ **M11** Étant donné deux réels non nuls a et b, la quantité $\left(\dfrac{b+\dfrac{1}{a}}{b}\right)a$ est systématiquement égale à :

A $b+\dfrac{1}{b}$
B aucune des autres réponses
C $a+\dfrac{1}{b}$
D $a+\dfrac{1}{a}$
E $a+1$

☐ **M12** Étant donné deux réels a et b tels que $a-b\neq 0$ et $a+b\neq 0$, la quantité $\dfrac{a-b}{a+b}-\dfrac{b}{a-b}$ est systématiquement égale à :

A aucune des autres réponses
B $\dfrac{a(a-3b)}{a^2-b^2}$
C $\dfrac{a-2b}{b}$
D $-1-\dfrac{1}{a}$
E $\dfrac{a^2-ab-2b^2}{a^2-b^2}$

☐ **M13** Étant donné deux réels a et b distincts et non nuls, la quantité $\dfrac{a^{-1}+b^{-1}}{a-b}+\dfrac{a-b}{a^{-1}-b^{-1}}$ est systématiquement égale à :

A aucune des autres réponses
B $\dfrac{a+b}{2}$

C $\dfrac{a+b}{ab(a-b)}$

D $\dfrac{-ab}{(a-b)^2}$

E $\dfrac{(a+b)(1-ab)(1+ab)}{ab(a-b)}$

△ **L1** Étant donné deux réels a et b, développer et simplifier l'expression

$$A = 2\left(a - \frac{b}{2}\right)^2 + (a+b-1)^2.$$

On écrira le résultat final sans justification.

Exercice 3. Équations et inéquations

☐ **M14** L'équation $2x^2 - 3x + 1 = 0$ a pour solution(s) :

A $\dfrac{1}{2}$ et 1 B aucune des autres réponses proposées C $\dfrac{3}{4}$ D $-\dfrac{1}{2}$ et -1 E 1 et 2

☐ **M15** L'équation $x^3 + x = 2x^2$ a pour solution(s) :

A 0 et 1 B 1 C 0 , 1 et un autre réel D 0 E 0 et -1

☐ **M16** L'équation $x^2 = \dfrac{1}{x}$ a pour solution(s) :

A 0 B 1 et -1 C 0 et 1 D 1 et deux autres nombres réels E 1

☐ **M17** L'inéquation $x^2 + x - 1 \geqslant 0$ a pour ensemble de solutions :

A $\mathbb{R}$

B aucune des autres réponses proposées

C $\left]-\infty\,;\,\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}\right[\cup \left]\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}\right]\,;\,+\infty\left[\right.$

D $\left[\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}\,;\,\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}\right]$

E l'ensemble vide

☐ **M18** L'inéquation $\dfrac{1}{x-1} > 1$ a pour ensemble de solutions :

A $]-\infty\,;\,2[$ B $]-\infty\,;\,1[$ C $]2\,;\,+\infty[$ D $]1\,;\,+\infty[$ E $]1\,;2[$

△ **L2** Donner sans justification l'ensemble des solutions de l'inéquation $x^2 > 2$.

◯ **R2** Donner, en justifiant votre réponse, l'ensemble des solutions de l'inéquation

$$x^2 + 3 \leqslant 4x + 2.$$

☐ **M19** Le nombre de solutions (réelles) de l'équation $\dfrac{1}{x^2+1} = 2$ vaut :

A 3 B 2 C 4 D 0 E 1

☐ **M20** Le nombre de solutions (réelles) de l'équation

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{2x+1}{x(x+1)}$$

vaut :

A 1 B 4 C 2 D 3 E 0

Exercice 4. Probabilités

Une urne contient initialement une boule bleue et trois boules rouges.
On effectue l'expérience suivante :

- On réalise un premier tirage dans l'urne.
  - Si la boule obtenue est bleue, on la remet dans l'urne et on y ajoute cinq boules bleues supplémentaires (l'urne contient alors six boules bleues et trois boules rouges).
  - Si la boule obtenue est rouge, on ne la remet pas dans l'urne (l'urne contient alors une boule bleue et deux boules rouges).
- On réalise ensuite un deuxième tirage dans l'urne selon la même règle que le premier tirage.

On note B_1 l'évènement « on a obtenu une boule bleue au premier tirage », et B_2 l'évènement « on a obtenu une boule bleue au second tirage ».

☐ **M21** La probabilité d'obtenir une boule rouge au premier tirage est :

A $\frac{1}{3}$ B $\frac{3}{4}$ C $\frac{1}{2}$ D $\frac{25}{9}$ E $\frac{1}{4}$

☐ **M22** On suppose **dans cette question uniquement** qu'on a tiré une boule bleue au premier tirage. Dans cette situation, la probabilité de tirer une boule bleue au deuxième tirage est :

A $\frac{1}{2}$ B $\frac{1}{3}$ C $\frac{2}{3}$ D $\frac{1}{16}$ E $\frac{1}{6}$

☐ **M23** La probabilité calculée à la question précédente est aussi égale à :

A $P\left(B_1\right)$ B $P\left(B_2\right)$ C $P_{B_2}\left(B_1\right)$ D $P_{B_1}\left(B_2\right)$

☐ **M24** La probabilité d'obtenir deux boules bleues (une à chaque tirage) est :

A $\frac{1}{4}$ B $\frac{1}{16}$ C $\frac{1}{2}$ D $\frac{2}{3}$ E $\frac{1}{6}$

☐ **M25** La probabilité d'obtenir une boule bleue au deuxième tirage est :

A 1 B $\frac{5}{12}$ C $\frac{1}{2}$ D $\frac{1}{5}$ E $\frac{2}{9}$

☐ **M26** On note C l'évènement « on a tiré deux boules rouges ». Laquelle des assertions suivantes est vraie ?

[A] $P(B_2) = P(C)$ [B] $P(B_2) > P(C)$ [C] $P(B_2) < P(C)$

Dans la suite, on note X la variable aléatoire donnant le nombre de boules bleues tirées dans cette expérience.

☐ **M27** Les valeurs possibles pour X sont :

[A] 0, 1, 2, ..., 6 [B] 1 et 6 [C] 0, 1 et 2

☐ **M28** La probabilité $P(X = 1)$ vaut :

[A] $\frac{1}{4}$ [B] $\frac{1}{12}$ [C] $\frac{2}{3}$ [D] $\frac{1}{3}$ [E] $\frac{1}{2}$

△ **L3** Donner sans justification l'espérance de X (sous la forme d'une fraction irréductible).

Exercice 5. Géométrie dans l'espace

L'espace euclidien E est rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath},\,\vec{k}\right)$. On considère les droites D et D' paramétrées comme suit :

$$(D)\quad \left\{\begin{array}{rcl} x &=& t+2,\\ y &=& 3t-1,\\ z &=& 2t+2,\end{array}\right. \quad t\in\mathbb{R} \quad \text{et} \quad (D')\quad \left\{\begin{array}{rcl} x &=& s+2,\\ y &=& s+5,\\ z &=& -2s+1,\end{array}\right. \quad s\in\mathbb{R}.$$

On note enfin P le plan d'équation $x + y - 2z + 4 = 0$.

△ **L4** Donner sans justification un vecteur directeur de D et un vecteur directeur de D'.

☐ **M29** Les droites D et D' :

[A] sont orthogonales [B] sont parallèles [C] ne sont ni parallèles ni orthogonales

☐ **M30** La droite D :

[A] est sécante à P mais non orthogonale à P
[B] est orthogonale à P
[C] est parallèle à P mais non incluse dans P
[D] est incluse dans P

☐ **M31** La droite D' :

[A] est parallèle à P mais non incluse dans P
[B] est orthogonale à P
[C] est incluse dans P
[D] est sécante à P mais non orthogonale à P

Dans la suite, on considère les points de l'espace :

$$\text{A}(0\,;1\,;3),\ \text{B}(1\,;4\,;2),\ \text{C}(3\,;10\,;0),\ \text{D}(-1\,;4\,;2),\ \text{et E}(2\,;3\,;1).$$

Vrai ou faux ?

☐ **M32** Les points A, B et C sont coplanaires.

A Faux B Vrai

☐ **M33** Le triangle ABE est rectangle.

A Vrai B Faux

☐ **M34** Les points A, B, C, D sont coplanaires.

A Vrai B Faux

☐ **M35** Le point C appartient au segment [AB].

A Vrai B Faux

Exercice 6. Calculs de dérivées

☐ **M36** La dérivée de la fonction $x \longmapsto \dfrac{1}{x} + \ln(x)$ est la fonction qui à x associe :

A $\dfrac{2}{x}$ B $\dfrac{2x-1}{x^2}$ C $\dfrac{1+x}{x^2}$ D $\dfrac{x-1}{x^2}$ E $\ln(x) + \dfrac{1}{x}$

☐ **M37** La dérivée de la fonction $x \longmapsto x^2 \ln(x) - x$ est la fonction qui à x associe :

A 1 B $x-1$ C $2x\ln(x)+x-1$ D $2x\ln(x)$ E $2x\ln(x)-1$

☐ **M38** La dérivée de la fonction $x \longmapsto \dfrac{1+2x}{2-x}$ est la fonction qui à x associe :

A $\dfrac{2}{2-x}$ B $\dfrac{-2}{(2-x)^2}$ C -2 D $\dfrac{3-4x}{(2-x)^2}$ E $\dfrac{5}{(2-x)^2}$

☐ **M39** La dérivée sur $\mathbb{R}_+^*$ de la fonction $x \longmapsto \mathrm{e}^{x+2\ln(x)}$ est la fonction qui à x associe :

A $x(x+2)\mathrm{e}^x$ B $\dfrac{x+2}{x}\mathrm{e}^x$ C $\dfrac{x}{x+2}\mathrm{e}^x$ D $\dfrac{1}{x(x+2)}\mathrm{e}^x$ E $x\mathrm{e}^x$

☐ **M40** La dérivée sur $\mathbb{R}_+^*$ de la fonction $x \longmapsto \mathrm{e}^x(\ln x)^2$ est la fonction qui à x associe :

A $\mathrm{e}^x \ln x(\ln x + 1)$

B $\dfrac{2x\ln x+1}{x}\mathrm{e}^x \ln x$

C $\dfrac{x+1}{x}\mathrm{e}^x(\ln x)^2$

D $\dfrac{x\ln x+2}{x}\mathrm{e}^x \ln x$

E $\dfrac{2}{x}\mathrm{e}^x \ln x$

☐ **M41** Soit u, v et w trois fonctions dérivables définies sur $\mathbb{R}$ La dérivée de uvw est :

A $u'v'w'$

B aucune des autres réponses proposées
C $vw + uw + uv$
D $u'vw + uv'w + uvw'$
E $u'v'w + uv'w' + u'vw'$

△ **L5** Donner une expression, la plus simple possible, de la dérivée de $x \longmapsto \sqrt{x^2+1}$.

☐ **M42** La dérivée de $x \longmapsto \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$ est la fonction qui à x associe :

A $\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$
B $\dfrac{x}{1+\sqrt{x^2+1}}$
C $\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
D $\dfrac{1}{1+\sqrt{x^2+1}}$
E $\dfrac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$

△ **L6** Donner sans justification la dérivée de la fonction $x \longmapsto x\ln\left(1+\mathrm{e}^{2x}\right)$.

Exercice 7 Limites de fonctions

☐ **M43** Lorsque x tend vers $-\infty$, la quantité $-10x^2 + 3x^6 + 4$ tend vers :

A $3x^2$ | B $-\infty$ | C 1 | D 4 | E $+\infty$

☐ **M44** Lorsque x tend vers 2, la quantité $\left(\dfrac{1}{x} + x\right)\ln(x)$ tend vers :

A une limite finie non nulle | B 0 | C $-\infty$ | D aucune limite | E $+\infty$

☐ **M45** Lorsque x tend vers $+\infty$, la quantité $\dfrac{\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^{-x}-1}$ tend vers

A une limite finie non nulle | B 0 | C $+\infty$ | D aucune limite | E $-\infty$

☐ **M46** Lorsque x tend vers $-\infty$, la quantité $\mathrm{e}^{2x} - x\mathrm{e}^x - x^5$ tend vers :

A aucune limite | B $-\infty$ | C $+\infty$ | D 1 | E 0

☐ **M47** Lorsque x tend vers $+\infty$, la quantité $\dfrac{\ln(1+\mathrm{e}^{-x})}{\mathrm{e}^{-x}}$ tend vers :

A $+\infty$ | B aucune des autres réponses proposées | C 1 | D 0 | E $-\infty$

☐ **M48** Lorsque x tend vers $+\infty$, la quantité $\dfrac{\ln\left(1+\mathrm{e}^{-2x}\right)}{\mathrm{e}^{-x}}$ tend vers :

A $-\infty$ B 1 C 0 D $+\infty$ E aucune des autres réponses proposées

☐ **M49** Lorsque x tend vers 0, la quantité $\dfrac{\mathrm{e}^{2+3x}-\mathrm{e}^2}{x}$ tend vers

A $3\mathrm{e}$ B e^2 C $-\infty$ D $3\mathrm{e}^2$ E $+\infty$

◯ **R3** Déterminer, en la justifiant, la limite quand x tend vers $+\infty$ de $x\left(\sqrt{1+\dfrac{1}{\mathrm{e}^2}}-1\right)$.

Exercice 8 Géométrie plane

Dans tout cet exercice, on considère un parallélogramme non aplati ABCD. On prend un point I sur la droite (AC), distinct de A, et on écrit $\overrightarrow{\mathrm{AI}}=\mu\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ où μ est un réel non nul.
On prend aussi un point K sur la droite (AB), distinct de A, et on écrit $\overrightarrow{\mathrm{AK}}=\nu\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ où ν est un réel non nul. On note enfin J le milieu du segment [BC].

☐ **M50** Si $\mu=2$ alors les droites (IJ) et (AK) :

A sont sécantes quelle que soit la valeur de ν
B peuvent être sécantes ou parallèles, selon la valeur de ν
C sont parallèles quelle que soit la valeur de ν

☐ **M51** Si $\mu=\dfrac{1}{2}$ alors :

A on peut choisir ν pour que I, J et K soient alignés
B on ne peut pas choisir ν pour que I, J et K soient alignés

☐ **M52** Si $\mu=1$, alors :

A I, J et K ne peuvent pas être alignés
B I, J et K sont alignés si et seulement si K = D
C I, J et K sont alignés si et seulement si K = B
D I, J et K sont alignés si et seulement si K = C
E I,J et K sont alignés si et seulement si K = A

☐ **M53** Si $\mu=1$, alors (BI) et (AD) sont :

A sécantes B confondues C parallèles mais non confondues

Dans toute la suite, on suppose que $\mu\neq\dfrac{1}{2}$, $\mu\neq1$ et $\nu\neq1$

☐ **M54** Les points I, J et K sont alignés si et seulement si :

A $\mu-\nu=\mu\nu$ B $\mu+\nu=\mu\nu$ C $\mu+\nu=2\mu\nu$ D $2\mu+\nu=2\mu\nu$ E $\mu+2\nu=\mu\nu$

◯ **R4** Justifier brièvement votre réponse à la question **M54**.

☐ **M55** μ est fixé et on rappelle qu'il appartient à $\mathbb{R}\backslash\left\{0\,;\,\dfrac{1}{2}\,;\,1\right\}$. Laquelle des affirmations suivantes est vraie ?

A Il existe un unique ν tel que I, J et K soient alignés

B Il existe une infinité de v tels que I, J et K soient alignés
C Le nombre de v tels que I, J et K soient alignés dépend de μ
D Il n'existe aucun v tel que I, J et K soient alignés

☐ **M56** Dans le repère $\left(\text{A}\,;\,\overrightarrow{\text{AB}},\,\overrightarrow{\text{AD}}\right)$, une équation cartésienne de la droite (BI) est :

A $(\mu-1)x-\mu y+(\mu-1)=0$
B $\mu x+(\mu-1)y-\mu=0$
C $(\mu-1)x+\mu y-(\mu-1)=0$
D $\mu x-(\mu-1)y-\mu=0$
E aucune des autres réponses proposées

☐ **M57** Quand (AD), (KC) et (BI) sont concourantes, les coordonnées de leur point d'intersection dans le repère $\left(\text{A}\,;\,\overrightarrow{\text{AB}},\,\overrightarrow{\text{AD}}\right)$ sont :

A $\left(0\,;\,\dfrac{\mu}{\mu-1}\right)$ B $\left(0\,;\,\dfrac{1-\mu}{\mu}\right)$ C $\left(0\,;\,\dfrac{\mu}{1-\mu}\right)$ D $\left(0\,;\,\dfrac{\mu-1}{\mu}\right)$ E $\left(0\,;\,\dfrac{1}{\mu}\right)$

☐ **M58** Les droites (AD), (KC) et (BI) sont concourantes si et seulement si :

A $2\mu+v=2\mu v$
B $\mu+v=2\mu v$
C $\mu+v=\mu v$
D $\mu-v=\mu v$
E $\mu+2v=\mu v$

☐ **M59** Combien y a-t-il de couples $(\mu\,;\,v)$ tels que à la fois I, J et K soient alignés, et à la fois (AD), (KC) et (BI) soient concourantes?

A Un nombre fini strictement supérieur à 2
B Un seul
C Aucun
D Deux
E Une infinité

Exercice 9 Fonctions hyperboliques

On définit la fonction cosinus hyperbolique (notée ch) et la fonction sinus hyperbolique (notée sh) sur $\mathbb{R}$ par :

$$\text{ch}(x)=\frac{\text{e}^x+\text{e}^{-x}}{2}\quad\text{et}\quad\text{sh}(x)=\frac{\text{e}^x-\text{e}^{-x}}{2}$$

On définit la fonction tangente hyperbolique (notée th) par :

$$\text{th}(x)=\frac{\text{sh}(x)}{\text{ch}(x)}$$

△ **L7** Donner la dérivée de ch.

△ **L8** Donner la dérivée de sh

☐ **M60** La fonction th :

A n'est pas définie en tout réel B est définie en tout réel

☐ **M61** La fonction th :

A s'annule en plusieurs points B ne s'annule pas C s'annule en exactement un point

☐ **M62** Sur $\mathbb{R}$, la fonction ch :

A n'est pas monotone B est strictement croissante C est strictement décroissante

☐ **M63** Sur $\mathbb{R}$, la fonction sh :

A est strictement décroissante B n'est pas monotone C est strictement croissante

☐ **M64** Pour tout réel x, la quantité $(\text{ch}(x))^2 - (\text{sh}(x))^2$ vaut :

A e^{-2x} B 1 C $2\mathrm{e}^{2x}$ D e^{2x} E -1

☐ **M65** Sur $\mathbb{R}$, la fonction th :

A est strictement décroissante B n'est pas monotone C est strictement croissante

☐ **M66** Laquelle des affirmations suivantes est vraie ?

A Tout réel strictement négatif a exactement deux antécédents par la fonction ch
B Aucune des autres affirmations proposées n'est vraie
C Tout réel strictement positif a exactement deux antécédents par la fonction ch
D Tout réel non nul a exactement deux antécédents par la fonction ch, mais 0 n'en a qu'un
E Tout réel a exactement un antécédent par la fonction ch

☐ **M67** Laquelle des affirmations suivantes est vraie ?

A Il existe des réels qui ont plusieurs antécédents par la fonction sh
B Tout réel y a exactement un antécédent par la fonction sh et il s'agit de $\ln\left(-y+\sqrt{y^2+1}\right)$
C Tout réel y a exactement un antécédent par la fonction sh et il s'agit de $\ln\left(y+\sqrt{y^2+1}\right)$
D Il existe des réels qui n'ont pas d'antécédent par la fonction sh
E Tout réel y a exactement un antécédent par la fonction sh et il s'agit de $\ln\left(y-\sqrt{y^2+1}\right)$

Dans les questions suivantes, on note C la courbe représentative de la fonction th.

☐ **M68** Deux points d'abscisses opposées sur C :

A ont systématiquement la même ordonnée
B ont systématiquement des ordonnées opposées
C Aucune des autres réponses proposées n'est vraie

☐ **M69** En deux points d'abscisses opposées sur la courbe C, les tangentes à C :

A sont systématiquement perpendiculaires
B sont systématiquement sécantes en un point de l'axe des ordonnées
C sont systématiquement sécantes en un point de l'axe des abscisses
D Aucune des autres réponses proposées n'est vraie
D sont systématiquement parallèles

☐ **M70** Les limites respectives de la fonction th en $-\infty$ et en $+\infty$ sont :

A -1 et 1
B 0 et 1
C 0 et $+\infty$
D $-\infty$ et 0
E $-\infty$ et $+\infty$

☐ **M71** La limite quand x tend vers $+\infty$ de $\mathrm{e}^x(1-\mathrm{th}(x))$:

A existe et vaut 0
B existe et vaut $+\infty$
C existe et vaut 1
D n'existe pas
E existe et vaut $-\infty$

△ **R5** En justifiant votre réponse, déterminer la limite quand x tend vers $+\infty$ de $\mathrm{e}^{2x}(1-\mathrm{th}(x))$.

Exercice 10. Autour de la partie entière

Dans cet exercice, on note E la fonction partie entière qui à un nombre réel x attache l'unique entier relatif $k = E(x)$ tel que $k \leqslant x < k+1$.

☐ **M72** Quelle est la partie entière de $\sqrt{45}$?

A 6 B 45 C Aucune des autres réponses D 5 E 7

☐ **M73** La fonction qui à tout réel positif x associe $E\left(x^2\right)$:

A est strictement décroissante
B n'est pas monotone
C est croissante mais pas strictement croissante
D est décroissante mais pas strictement décroissante
E est strictement croissante

☐ **M74** L'égalité $E(-x) = -E(x)$ est :

A Aucune des autres réponses proposées n'est juste
B vraie pour toute valeur du réel x
C fausse pour toute valeur du réel x sauf un nombre fini d'entre elles
D vraie pour toute valeur du réel x sauf un nombre fini d'entre elles
E fausse pour toute valeur du réel x

☐ **M75** La quantité $E(2x)$:

A est égale à $2E(x)$ quelle que soit la valeur de x
B est égale à $2E(x)+1$ quelle que soit la valeur de x
C est égale à $2E(x)$ ou $2E(x)+1$ selon la valeur de x
D est égale à $2E(x)$ ou $2E(x)-1$ selon la valeur de x
E Aucune des autres réponses proposées n'est juste

☐ **M76** Lorsque x parcourt l'ensemble des réels positifs, la quantité $E\left(x^2\right) - [E(x)]^2$

A parcourt l'ensemble des entiers

B est systématiquement nulle
C parcourt l'ensemble des entiers strictement positifs
D Aucune des autres réponses proposées n'est juste
E parcourt l'ensemble des entiers naturels

☐ **M77** Lorsque x parcourt l'ensemble des réels, la quantité $E\left(x^2\right) - [E(x)]^2$:

A parcourt l'ensemble des entiers strictement positifs
B parcourt l'ensemble des entiers
C parcourt l'ensemble des entiers naturels
D Aucune des autres réponses proposées n'est juste
E est systématiquement nulle

△ **R6** Déterminer, en justifiant soigneusement votre réponse, l'ensemble des réels x vérifiant $E\left(x^2\right) = x + \dfrac{1}{2}$.