Baccalauréat Toulouse juin 1949
Série mathématiques

I.– 1er sujet

Formules de transformation en produit de la somme ou de la différence de deux sinus ou de deux cosinus. Problème inverse.

I.– 2e sujet

Dérivées des fonctions $\sin x$, $\cos x$, $\text{tg } x$, $\text{cotg } x$, $\sin(ax+b)$ et $\cos(ax+b)$.

I.– 3e sujet

Résolution d'un triangle dont on donne les trois côtés.

II.

Dans le plan des axes rectangulaires Ox, Oy, on considère la famille des cercles (C) qui coupent l'axe Ox aux points fixes donnés A, A$'$ d'abscisses respectives a et $-a$, et la famille des cercles (Γ) tels que, si M parcourt l'un quelconque d'entre eux, le rapport des distances MA, MA$'$ reste constant.

1. Trouver le lieu (S) des extrémités P et P$'$ du diamètre d'un cercle (C) parallèle à AA$'$, et montrer que ce lieu est aussi celui des extrémités Q et Q$'$ du diamètre d'un cercle (Γ) perpendiculaire à AA$'$.
2. Soit K le pôle de AA$'$ par rapport à un cercle (C) quelconque de centre I ; on désigne par H le point diamétralement opposé au point K sur le cercle (ω) circonscrit au triangle KPP$'$.

   Démontrer que le point I est le milieu du segment OH, et que les points où le cercle (ω) coupe l'axe Ox restent fixes quand le cercle (C) varie.

   Préciser le rôle de ces points vis-à-vis de la courbe (S), et en déduire une propriété remarquable des droites KP, KP$'$ relativement à cette courbe.
3. Soient (X) et (X$'$) deux droites fixes menées parallèlement à la droite AA$'$ à la même distance donnée b de part et d'autre de cette droite.

   On marque sur (X) un point quelconque T ; on désigne par (Δ) la tangente en T au cercle (C) qui passe par ce point, et par T$'$ le point où (Δ) coupe la droite (X$'$).

   Montrer que le produit des distances des points A, A$'$ à la droite (Δ) reste constant lorsque T varie sur (X).

   En déduire, dans les mêmes conditions, l'enveloppe de (Δ), et indiquer une propriété remarquable du cercle de diamètre TT$'$.

N. B. - Il est rappelé que l'étude d'un lieu ou d'une enveloppe comporte une proposition directe et une réciproque.
Cotation : cours : 10 ; problème : 6, 8, 6.