∽ Baccalauréat Toulouse 1950 ∾
Série mathématiques

I

1^er^ sujet
Géométrie descriptive : abaisser d'un point une perpendiculaire à un plan.

2^e^ sujet
Géométrie descriptive : Angle de deux plans. On exposera la méthode générale et l'on exécutera l'épure dans le cas de deux plans quelconques donnés par leurs traces.

3^e^ sujet
Série Mathématiques : Projection horizontale d'un cercle en Géométrie cotée.
Série Mathématiques et Technique Géométrie descriptive : Représentation de l'hélice circulaire droite.

II

Soient, dans un plan, un segment de droite OA de longueur $3a$ et sa médiatrice (Δ). On considère l'hyperbole (H) de sommet A qui admet O pour foyer et (Δ) pour directrice associée à ce foyer.

1. Trouver l'excentricité de (H). Calculer, en prenant O pour origine des abscisses le long de la droite OA et le sens de O vers A comme sens positif, l'abscisse du centre ω de cette hyperbole. Trouver l'angle que font les asymptotes avec la droite OA.
2. Une droite quelconque (L) passant par O coupe (Δ) en I, et (H) en U et V.

   Démontrer que AU et AV sont les bissectrices de l'angle OAI ; on désignera par UI et V' les projections orthogonales de U et V sur (Δ), par U$'$ et V$'$ les symétriques de U et V par rapport à (Δ).
3. Le milieu M de UV se projette orthogonalement en M$'$ sur (Δ). Comparer dans les divers cas de figure les longueurs MA et MM$'$.

   Trouver le lieu (K) décrit par le point M lorsque la droite (L) pivote autour du point O.

   Montrer que ce lieu se déduit de (H) par l'une ou l'autre de deux transformations simples.
4. Soit P un point arbitraire de (H), distinct du point A ; on désigne par P$'$ la projection orthogonale du point P sur (Δ), et par P$''$ le symétrique de P$'$ par rapport à (Δ). On trace le cercle (C) circonscrit au triangle OAP ; soit C le centre de ce cercle. Démontrer que les angles de droites (CO, CP) et (CO, Δ) vérifient la relation

   $$(\text{CO}, \text{CP}) = \frac{2}{3}(\text{CO}, \Delta).$$

   En déduire que le cercle (C) coupe de nouveau l'hyperbole (H) en deux points Q, R formant avec P un triangle équilatéral.