

∞ Baccalauréat - Toulouse, Espagne et Portugal ∞

juin 1951

SÉRIE MATHÉMATIQUES

I

1^{er} sujet

Dérivée de la racine carrée d'une fonction ayant une dérivée.

Trouver la dérivée de $y = \sqrt{1 - \cos 2x}$ pour la valeur $x = \frac{\pi}{6}$ de la variable.

2^e sujet

Variation et représentation graphique de la fonction

$$y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + x}.$$

3^e sujet

Progressions géométriques : définition, calcul du terme de rang n , somme des n premiers termes.

Calculer

$$S_n = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

pour $n = 6$, puis pour n quelconque.

Comment se comporte S_n lorsque n croît indéfiniment?

II

Un point M est variable sur une ellipse fixe donnée (S) , de foyers F, F' ; on désigne par A et A' les sommets du grand axe de l'ellipse (S) , par $2a$ la distance AA' , par $2c$ la distance focale FF' . On considère l'ellipse (E) dont un foyer est F' , qui passe par F et qui est tangente en M à l'ellipse (S) .

1. Montrer que la longueur du grand axe de l'ellipse (E) demeure constante quand M parcourt (S) ; en déduire que le lieu géométrique du deuxième foyer φ de (E) est un cercle (F) de centre F .
2. La droite FF' coupe l'ellipse (E) en un point N distinct du point F . Les tangentes en M, F, N à l'ellipse (E) forment un triangle PQR .
Trouver les lieux de P, Q, R .
3. Indiquer une construction simple de la directrice v de (E) relative au foyer φ .
Trouver le lieu du pôle ω de (Δ) par rapport au cercle (F) .
4. On projette orthogonalement le point F en I sur la directrice (Δ) .
Trouver le lieu du point I et en déduire l'enveloppe de la droite (Δ) .
Discuter la nature de cette enveloppe suivant la valeur de l'excentricité de l'ellipse donnée (S) .