

∞ Baccalauréat Toulouse juin 1952 série mathématiques ∞

I. - 1^{er} sujet.

Formules de la transformation en produit de la somme ou de la différence de deux sinus et de deux cosinus.

Problème inverse.

I. - 2^e sujet

Cercles passant par deux points donnés et tangents à un cercle donné (*Géométrie plane*).

I. - 3^e sujet

Mouvement circulaire uniforme; vitesse angulaire, vecteur-vitesse, vecteur-accélération.

II.

Soient dans un plan deux cercles donnés (C_1) et (C_2) , de même rayon R , de centres respectifs O_1 et O_2 ; on désigne par mR la grandeur arithmétique de la distance des centres; on dirige positivement la ligne des centres de O_2 vers O_1 et l'on désigne par O le milieu de O_1O_2 .

Deux points M_1 et M_2 se déplacent respectivement sur (C_1) et (C_2) de telle sorte que l'angle des vecteurs $\overrightarrow{O_1M_1}$, $\overrightarrow{O_2M_2}$ conserve la valeur constante

$$\left(\overrightarrow{O_1M_1}, \overrightarrow{O_2M_2} \right) = \frac{\pi}{2}.$$

1. Quel est le lieu géométrique du point d'intersection des droites O_1M_1 et O_2M_2 ?
Montrer que la médiatrice du segment de droite M_1M_2 passe par un point fixe I .
Trouver le lieu du milieu N de M_1M_2 .
2. Construire M_1M_2 dans chacun des cas suivants :
 - a. La distance M_1M_2 a une valeur donnée ℓ . Discuter.
 - b. La droite M_1M_2 est parallèle à une direction donnée. Discuter.
On montrera que, pour certaines valeurs de m , la construction n'est possible que pour les directions satisfaisant à une condition que l'on précisera.
3. Trouver l'enveloppe de la droite M_1M_2 et discuter sa nature suivant les valeurs de m .
Préciser ses caractéristiques dans les cas particuliers :

$$m = 1, \quad m = \sqrt{2}, \quad m = 2.$$

4. Construire M_1M_2 de telle manière que la droite M_1M_2 soit tangente à l'un ou l'autre des cercles (C_1) ou (C_2) ; condition de possibilité.
Montrer que, pour les valeurs de m différentes de $\sqrt{2}$ vérifiant cette dernière condition, les cercles (C_1) et (C_2) sont bitangents à l'enveloppe de la droite M_1M_2 étudiée au 3.