Baccalauréat C (oral) Toulouse juin 1968

Exercice 1

1. Déterminer les coefficients a, b et c de telle façon que la fonction

$$F(x) = \left(ax^2 + bx + c\right)\sqrt{3 - 2x}$$

soit une primitive de la fonction

$$f(x) = x\sqrt{3 - 2x}.$$

2. Pour $0 < x < \dfrac{3}{2}$, la fonction $f(x)$ prend des valeurs réelles et positives ; soit (C) la courbe qui représente graphiquement cette fonction, par rapport à un repère orthonormé, dans cet intervalle.
Calculer l'aire du domaine limité par (C) et l'axe des abscisses.

Exercice 2

Le plan étant rapporté à un repère orthonormé, $x'\text{O}x$, $y'\text{O}y$, soit A le point de l'axe des x tel que $\text{OA} = a > 0$.
Un triangle MAN, rectangle en A, varie de telle façon que son hypoténuse, MN, soit constamment parallèle à $x'x$; on désigne par I le milieu de MN.

1. Supposant que le point I décrive un cercle donné, (C), de centre A, déterminer géométriquement l'ensemble de chacun des points M et N.
2. Supposant que le point I décrive une droite donnée, (Δ), passant par A, déterminer géométriquement l'ensemble de chacun des points M et N.

Les questions posées à un même candidat sont comprises entre deux traits.

Exercice 1

On donne un triangle ABC, rectangle en A, dont les côtés de l'angle droit ont les longueurs suivantes :

$$\text{AB} = 3a, \quad \text{AC} = 4a.$$

1. Déterminer le barycentre des trois points B, C et A, affectés des coefficients respectifs $+4$, $+3$ et -5.

2. Déterminer l'ensemble des points M du plan du triangle ABC tels que, k désignant un nombre relatif donné, l'on ait

$$4M\text{B}^2 + 3M\text{C}^2 - 5M\text{A}^2 = ka^2\,?$$

Discuter.

Examiner le cas où $k = 12$.

Exercice 2

Dans le plan complexe, rapporté à repère orthonormé, $x'\text{O}x,\ y'\text{O}y$, on considère le cercle (C) de centre O et de rayon 1 ; soit A et B les points de ce cercle tels que

$$\left(\overrightarrow{\text{O}x},\ \overrightarrow{\text{OA}}\right) = +\frac{\pi}{4} \quad \text{et} \left(\overrightarrow{\text{O}x},\ \overrightarrow{\text{OB}}\right) = +\frac{\pi}{3}.$$

1. Déterminer les nombres complexes ayant pour images respectives le point A et le point B.

2. Évaluer, de deux façons différentes, le produit de ces deux nombres.
En déduire les valeurs de $\cos\dfrac{7\pi}{12}$; et $\sin\dfrac{7\pi}{12}$.

Les questions posées à un même candidat sont comprises entre deux traits.