Btn 1996

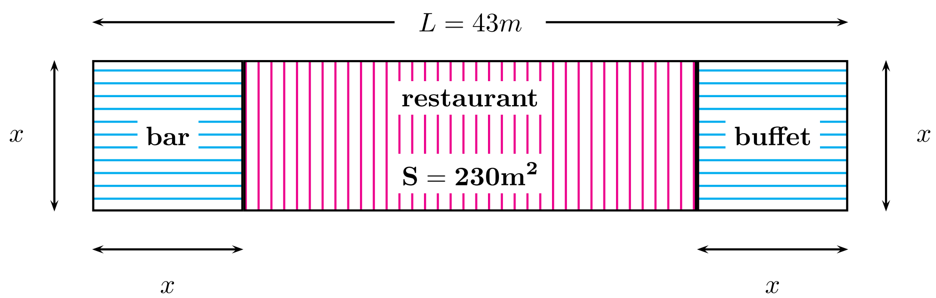
Exercice 1 (8 points)

Equation

Résoudre l'équation d'inconnue réelle x : $\boxed{-2x^2 + 43x - 230 = 0}$ On donnera les détails de la résolution.

Application

Le plan d'une salle de restaurant est donné ci-dessous. Les dimensions sont en m et la partie centrale, réservée aux tables a une aire de $230m^2$.



1. A l'aide du plan, déterminer une équation du second degré que doit vérifier la dimension x.

2. En déduire les largeurs possibles de la salle.

3. Quelle largeur doit-on choisir si on veut que l'aire réservée aux tables occupe plus de 50 % de l'aire totale ?

Pour voir le corrigé de l'exercice 1. cliquez sur le lien : Corrigé exercice 1

Exercice 2 (12 points)

Enoncé actualisé en €

Partie A

Un restaurateur a effectué des placements afin de financer des travaux dans son restaurant. Le tableau suivant présente les sommes disponibles (capitaux et intérêts) au 31 décembre de chaque année :

années	rangs x_i	sommes en € C_i
1998	1	4900
1999	2	6000
2000	3	9900
2001	4	12100
2002	5	22000
2003	6	40100

1. Construire dans un repère les six points de coordonnées $(x_i ; C_i)$. Un ajustement affine du nuage obtenu est-il indiqué ?

2. Calculer pour chacune des six années le logarithme népérien de la somme disponible, arrondi au dixième : on posera $y_i = \ln C_i$.

3. Représenter dans un autre repère le nuage des six points de coordonnées $(x_i ; y_i)$. Réaliser un ajustement affine de ce nuage par la méthode des points moyens : placer les points moyens, tracer la droite d'ajustement et déterminer son équation.

4. On admet que l'équation trouvée permet de faire des prévisions et on se place en 2005. Quel est le montant de la somme disponible que le restaurateur peut espérer en 2005 ? Donner la réponse à 100 € près.

Partie B

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[\,0\,;\,8\,]$ par :

$$f(x) = e^{0,4x+8}$$

1. Déterminer la fonction f' dérivée de f. Etudier les variations de f sur l'intervalle.

2. Représenter graphiquement f dans le repère de la premère question de la partie **A**. Que dire de l'ajustement obtenu par la courbe représentative de f ?

Pour voir le corrigé de l'exercice 2. cliquez sur le lien : Corrigé exercice 2

Corrigé Btn 1996

Exercice 1

Equation

On calcule $\Delta = 43^2 - 4 \times (-2) \times (-230) = 9$ l'équation a deux solutions : $x_1 = \dfrac{-43-3}{-4} = \dfrac{23}{2} = 11,5$
et $x_2 = \dfrac{-43+3}{-4} = \dfrac{-40}{-4} = 10$ soit $S = \{11,5; 10\}$

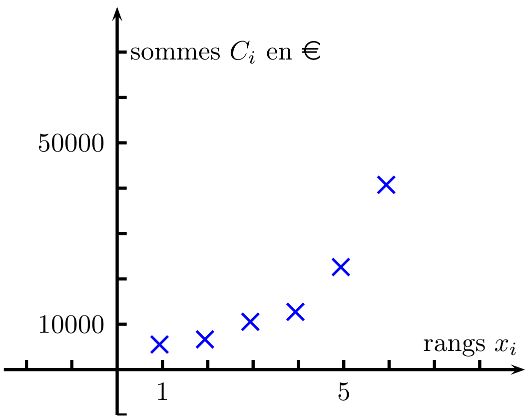
Application

1. Le plan montre que x vérifie : $43x = 2x^2 + 230$ ce qui s'écrit : $-2x^2 + 43x - 230 = 0$
2. D'après la première question, les largeurs possibles de la salle sont : 10 m et 11,5 m
3. L'aire totale est : $43x$. On veut donc que : $\dfrac{43x}{2} \leqslant 230$ soit encore : $x \leqslant \dfrac{460}{43}$ ou : $x \leqslant (\approx 10,7)$
   Seule la largeur 10 m convient.

Exercice 2

Partie A

1.



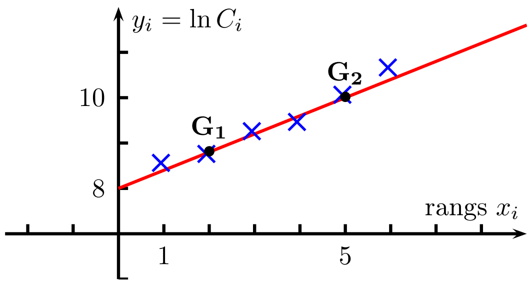
2. On obtient les $y_i = \ln C_i$ dans le tableau :

x_i	y_i
1	8,5
2	8,7
3	9,2
4	9,4
5	10
6	10,6

3. La méthode proposée donne : $G_1(2; 8,8)$ et $G_2(5; 10)$. La droite d'ajustement (G_1G_2) a pour équation :

$$y = 0,4x + 8$$

On obtient graphiquement :



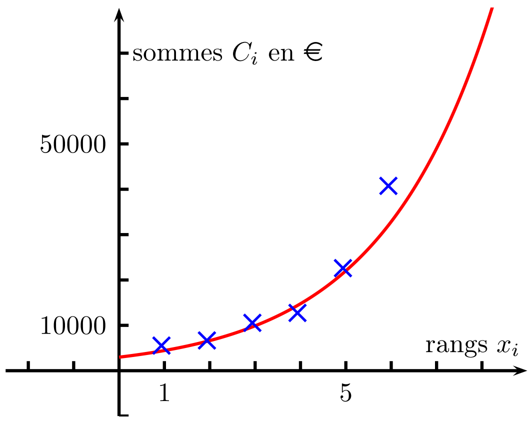
4. En 2005 le rang de l'année est $x = 8$. D'où l'estimation : $\hat{y} = 0,4 \times 8 + 8 = 11,2$.
On cherche ensuite le capital $\hat{C}$ tel que : $\ln \hat{C} = 11,2$ soit $\boxed{\hat{C} = e^{11,2} \approx 73100 \text{ €}}$.

Partie B

1. On a : $f'(x) = 0,4 \times e^{0,4x+8}$. Cette expression est strictement positive sur l'intervalle, d'où :

x	0	8
$f'(x)$	+	
$f(x)$	≈ 3000 ↗	≈ 73100

2. On représente la fonction f dans le même repère qu'à la première question de la **Partie A**.



L'ajustement par la courbe est de bonne qualité.