Btn 2002

Exercice 1 (9 points)

La responsable du tourisme d'une station balnéaire fait le bilan de la fréquentation touristique de 1994 à 2001 :

Année	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Rang x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre de touristes y_i en milliers	24,4	26,3	27,8	29,5	30,7	32,8	34,4	35,7

1. Représenter le nuage de points (x_i, y_i) dans un repère orthogonal du plan.

2. Calculer les coordonnées des points moyens G_1 et G_2 des deux sous-nuages.

3. Placer ces points et tracer la droite d'ajustement du nuage (G_1G_2).

4. Determiner une équation de cette droite sous la forme $y = ax + b$

5. On suppose que l'ajustement du nuage par la droite permet de formuler des prévisions.
Déterminer le nombre de touristes que l'on peut prévoir en 2004.
A partir de quelle année la fréquentation touristique dépassera 45000 touristes ?

Pour voir le corrigé de l'exercice 1. cliquez sur le lien : Corrigé exercice 1

Exercice 2 (11 points)

Partie A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[5000 ; 15000]$ par :

$$f(x) = 9 + \frac{63000}{x}$$

1. Calculer $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de la fonction f.

2. Etudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le tableau de variations de la fonction f sur $[5000 ; 15000]$.

3. Construire dans un même repère la représentation graphique C_f de la fonction f sur l'intervalle $[5000 ; 15000]$ et la droite **D** d'équation : $y = 16$. On prendra les unités graphiques suivantes : 1 cm pour 1000 sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 1 sur l'axe des ordonnées.

4. Déterminer graphiquement les coordonnées du point d'intersection de la courbe C_f avec la droite **D**. On tracera les pointillés utiles à la lecture.

Partie B

Un restaurateur propose un menu unique.

- Les charges fixes sont estimées pour une année à 63000 €.
- Le coût de préparation d'un repas est estimé à 9 €.
- Le prix du menu est de 16 €.

Dans cette partie on suppose que tous les repas préparés sont vendus. On désigne par x le nombre de repas servis en un an et on suppose que x appartient à l'intervalle $[5000 ; 15000]$.

1. On note $g(x)$ le coût total annuel en € de ces x repas. Déterminer $g(x)$.

2. Montrer que le coût de revient d'un repas est :

$$9 + \frac{63000}{x}$$

3. A l'aide du graphique, déterminer le seuil de rentabilité du restaurant, c'est-à-dire le nombre minimum de repas qu'il faut servir annuellement pour que l'exploitation du restaurant dégage un bénéfice. Justifier.

4. **a.** Montrer que le bénéfice total annuel pour x repas s'exprime en € par :

$$B(x) = 7x - 63000$$

b. Ecrire et résoudre l'inéquation qui permet de retrouver par le calcul le seuil de rentabilité du restaurant.

c. L'objectif du restaurateur est de réaliser un bénéfice annuel de 35000 € minimum.
Sachant que le restaurant est ouvert 300 jours dans l'année, quel nombre de repas doit-il servir, en moyenne, au minimum par jour pour atteindre cet objectif ?

Pour voir le corrigé de l'exercice 2. cliquez sur le lien : Corrigé exercice 2

Corrigé Btn 2002

Exercice 1

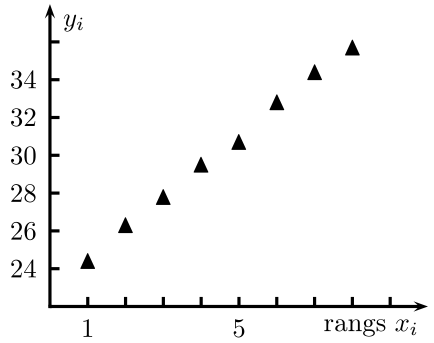
1. Points moyens :
$G_1(2,5;27)$ et $G_2(6,5;33,4)$ ces coordonnées sont obtenues en calculant les moyennes arithmétiques des coordonnées respectives des points de chaque sous-nuage.
La droite d'ajustement et la représentation graphique : (G_1G_2) a une équation : $y = 1,6\ x + 23$ cette équation est obtenue en utilisant la méthode classique des points moyens.

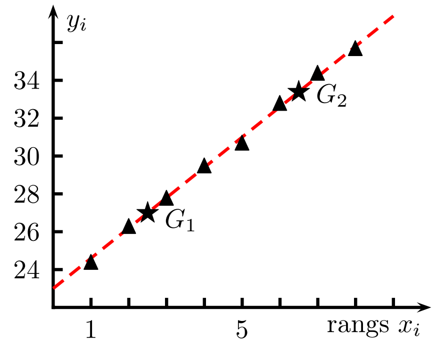
2. Estimations :

a. En 2004, $x = 11$ et en remplaçant dans l'équation, on obtient $\hat{y} = 1,6 \times 11 + 23 = 40,6$ soit 40600 touristes. On remarque la notation $\hat{y}$ de l'estimation.

b. $\hat{y} \geqslant 45$ soit : $1,6\hat{x} + 23 \geqslant 45$ donne après résolution : $\hat{x} \geqslant 13,75$ soit en 2007.

3. Représentation du nuage et de la droite d'ajustement :





On remarque la forme "allongée" du nuage de points, ce qui permet d'envisager l'ajustement réalisé et la corrélation de y en x.

Exercice 2

Partie A

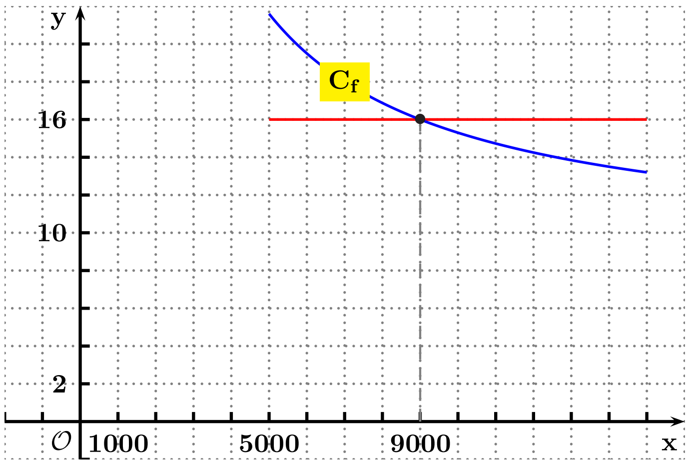
1. En utilisant : $\left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\left(\dfrac{1}{x^2}\right)$, on a :

$$f'(x) = -\frac{63000}{x^2}.$$

2. Il est clair que la dérivée est strictement négative sur l'intervalle :

x	5000	15000
$f'(x)$	$-$	
$f(x)$	21,6 ↘	13,2

3. Courbe représentative :



4. Une lecture graphique donne clairement : $(9000; 16)$.

Partie B

1. Le coût total est la somme des charges fixes et des charges variables :

$$g(x) = 63000 + 9x$$

2. Le coût de revient d'un repas est : $\dfrac{g(x)}{x}$. Donc : $\dfrac{63000+9x}{x} = 9 + \dfrac{63000}{x} = f(x)$.

3. L'étude graphique précédente montre que le seuil de rentabilité, obtenu dès que : $f(x) \leqslant 16$, est de 9000 repas annuels.

4. **a.** $B(x) = 16x - g(x) = 16x - (63000 + 9x) = 7x - 63000$.

b. $B(x) \geqslant 0$, soit : $7x - 63000 \geqslant 0$, ce qui donne bien : $x \geqslant 9000$.

c. $B(x) \geqslant 35000$ s'écrit : $7x - 63000 \geqslant 35000$, soit : $7x \geqslant 98000$, finalement :$x \geqslant 14000$. Il faut donc servir par jour : $\dfrac{14000}{300} \approx 47$ repas.