



Colloque Inspection Générale

Où se cachent les mathématiques?

APMEP

26 et 27 novembre 2008

La nouvelle classe de seconde

- Ce que nous savons
- Nos interrogations
- Nos propositions

Ce que nous savons

- Entre 3h30 et 4 heures de mathématiques dans un « tronc commun ».
- La possibilité de suivre un module semestriel “d’approfondissement ou d’exploration” en mathématiques, de trois heures.
- Un accompagnement possible en mathématiques, dans un cadre de trois heures géré par les établissements.
- La présence possible d’une “option sciences”, ou de dispositifs analogues dans les enseignements d’accompagnement au titre des travaux interdisciplinaires.

Nos interrogations

L'enseignement général

- Quel en sera finalement l'horaire ?
- Disposerons- nous de TP ?
- Quels seront les objectifs ?
- Que sera le programme ?
- Que seront les exigibles ?

Nos interrogations

L'enseignement d'exploration et d'approfondissement

- Que signifient, dans les documents officiels, les tableaux colorés dont aucune légende ne donne la clé ?
- Les mathématiques seront-elles une discipline d'approfondissement et / ou d'exploration?
- Que seront les conditions de cet enseignement ?
- Que sera l'évaluation de cet enseignement, et quel sera le rôle de cette évaluation ?
- Comment sera organisée l'orientation ? Quelle sera la part de décision des professeurs, des élèves, des familles ?

Classe de seconde générale et technologique
Schéma hebdomadaire

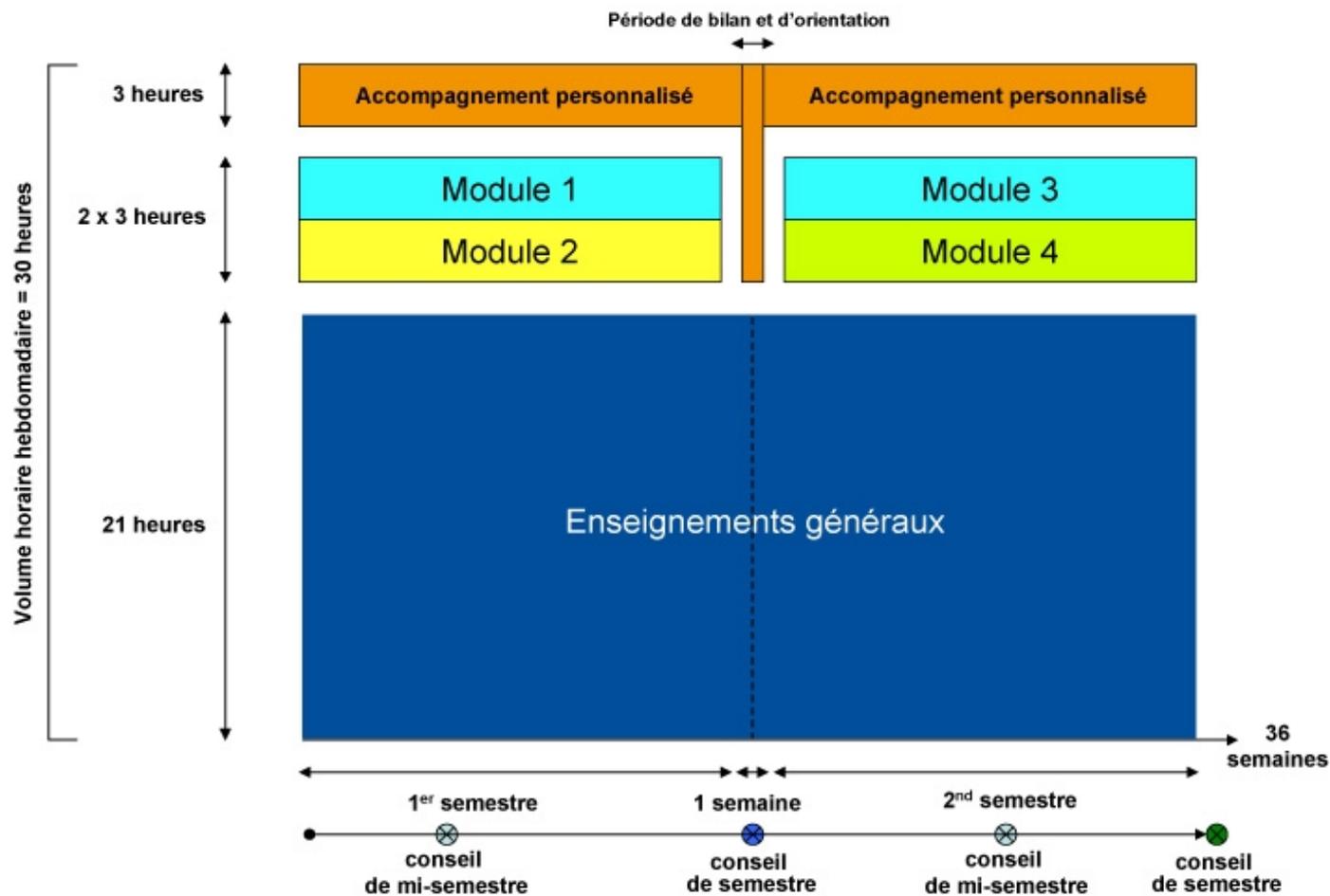
Enseignements généraux	
Français	21 heures
Mathématiques	
Histoire-géographie et éducation civique	
Sciences expérimentales	
Langues vivantes 1 et 2	
Education physique et sportive	

Modules d'exploration et d'approfondissement	
Humanités : Littérature française Langues et cultures de l'Antiquité : latin, grec Langues vivantes étrangères ou régionales Arts et histoire des arts	2 modules semestriels de 3 heures hebdomadaires Total : 6 heures par semaine
Sciences : Mathématiques Physique-chimie Sciences de la vie et de la Terre Informatique et société numérique	
Sciences de la société : Sciences économiques et sociales Initiation aux sciences de gestion Histoire et géographie	
Technologies : Initiation aux sciences de l'ingénieur et de la production Initiation aux sciences médico-sociales Techniques d'atelier et de laboratoire Design Initiation aux technologies de l'hôtellerie et de la restauration Activités physiques et sportives	

Accompagnement personnalisé	
Remise à niveau / Travaux interdisciplinaires / Aide à l'orientation.	Total : 3 heures par semaine

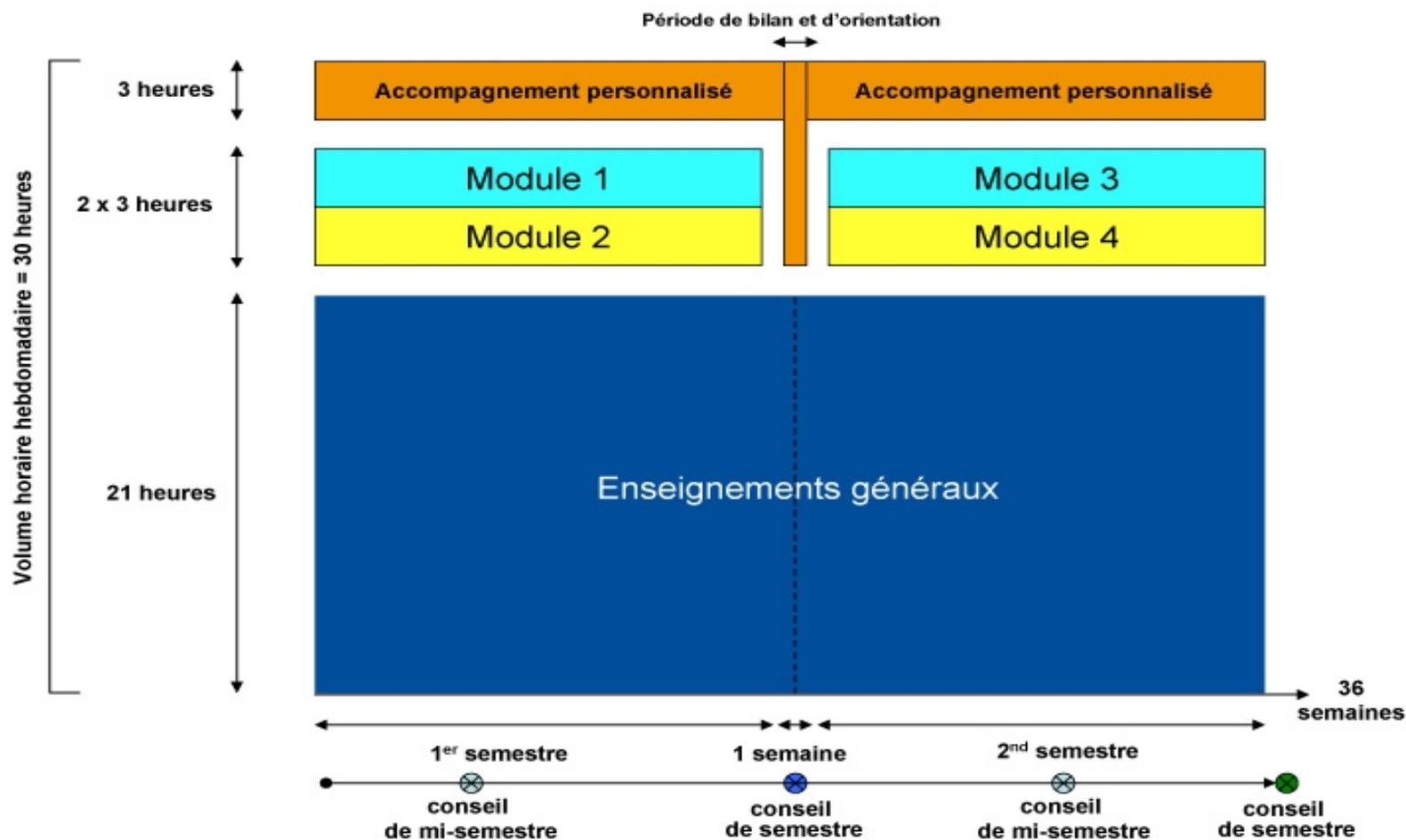
Nouvelle seconde générale et technologique - Schéma annuel

> Cas n° 1 : élève qui approfondit au 2nd semestre, l'un des deux modules choisis au 1^{er} semestre.



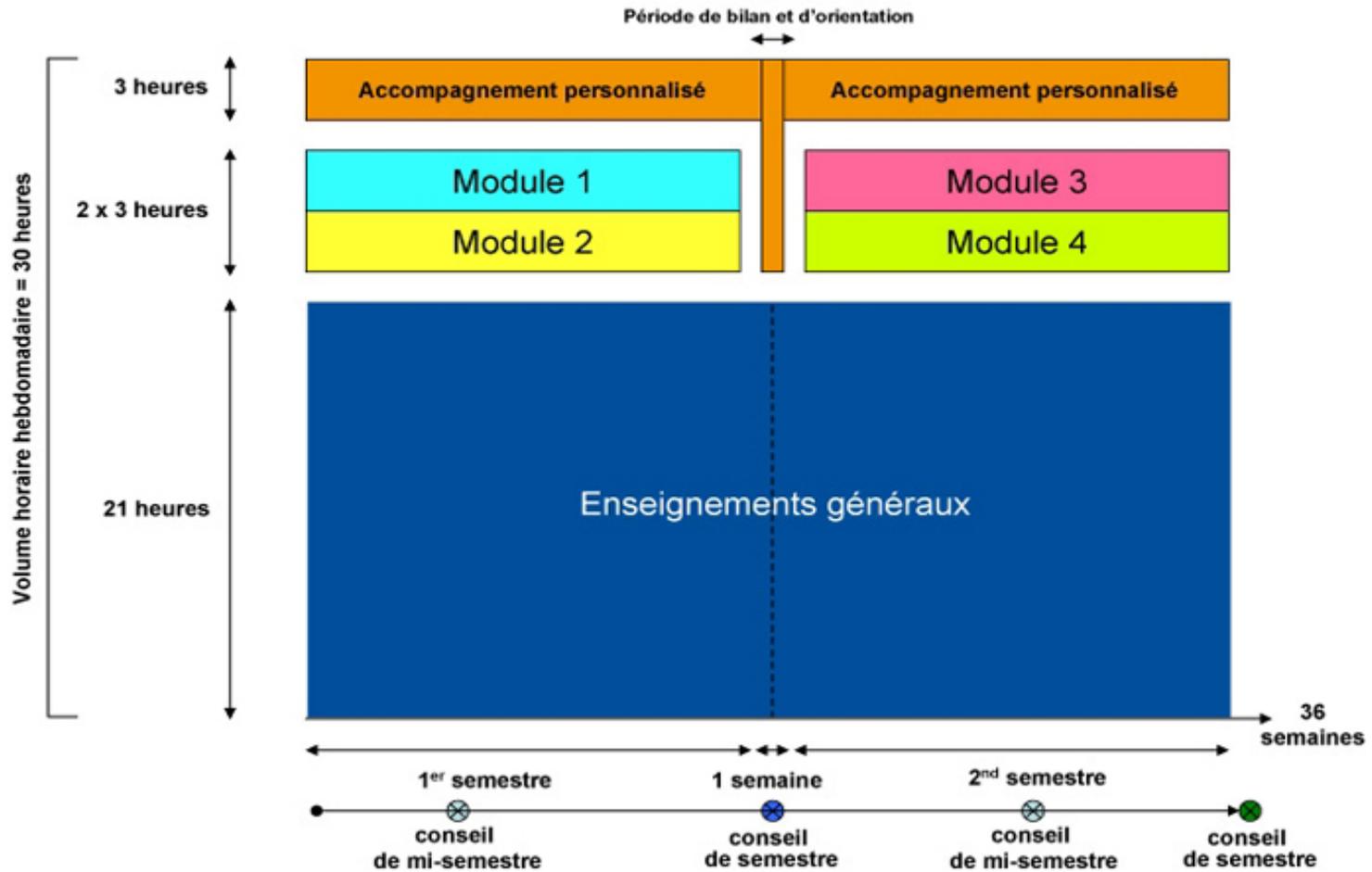
Nouvelle seconde générale et technologique - Schéma annuel

> Cas n° 2 : élève qui approfondit au 2nd semestre, les deux modules choisis au 1^{er} semestre.



Nouvelle seconde générale et technologique - Schéma annuel

> Cas n° 3 : élève qui choisit deux modules différents par semestre.



Nos propositions

Les propositions que nous vous présentons ici, portent sur l'enseignement modulaire, puisque la nouveauté se situera surtout dans ce dispositif.

Un cahier des charges

Cet enseignement

- ne sera pas obligatoire pour une orientation vers un parcours scientifique.
- devra montrer ce que sont les mathématiques :
 - ✓ une science à part entière,
 - ✓ mais aussi au service des autres sciences ,
 - ✓ un langage pour décrire le monde,
 - ✓ un outil de décision,
 - ✓ une part du patrimoine de l'humanité aussi ancienne que l'écriture,
 - ✓ un secteur en pleine évolution,
 - ✓ un outil qui intervient dans notre vie de tous les jours.

Un cahier des charges

- Il doit être adapté au public qu'il reçoit.
- Il doit être formateur, mais il ne peut se décliner en termes de points du programme.
- Il doit laisser à l'élève du temps pour chercher.

Une réponse : les TP

Une liste de TP soigneusement choisis nous semble une réponse adéquate à cette équation difficile.

En effet :

- Elle permet un travail varié, en terme de méthodes, de capacités développées, de secteurs des mathématiques travaillés, de contenus culturels.
- Elle s'affranchit des questions de programmes tout en permettant un travail très consistant.

Une réponse : les TP

- Elle apporte de la souplesse.
- Elle permet de prévoir plusieurs activités poursuivant les mêmes objectifs pour travailler deux fois avec les mêmes élèves un contenu donné, sans apporter de lassitude.
- Cette liste peut être aussi une ressource pour le travail « général ».

Quelques exemples

Le crible d'Eratosthène

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Pourquoi un stade a-t-il ces dimensions?



Un stade est constitué d'une pelouse centrale rectangulaire (ABCD), complétée par deux demi-disques de diamètres [AD] et [BC]. Ce terrain est entouré par une piste de course à pied : son périmètre est de 400 m.

Quelles doivent être les dimensions du rectangle (ABCD) si l'on veut que son aire soit maximale ?

- Soit $L = AB$ et R le rayon des demi-cercles. Le périmètre vaut : $2L + 2\pi R = 400$; ce qui permet d'écrire soit $L = 200 - \pi R$, soit $R = (200 - L)/\pi$
- L'aire à optimiser s'écrit alors soit : $(200 - \pi R) \times 2R$, soit : $2L(200 - L)/\pi$.
- Le maximum est atteint pour $R = 100/\pi$ ou pour $L = 100$ m .
- Les pistes de course à pied sont bien construites ainsi : deux lignes droites de 100m, et deux « virages » de 100m. Le terrain de foot central a donc une aire maximale !

La grenouille de Fibonacci



- A chaque marche, la grenouille a deux possibilités: elle saute sur la marche suivante, ou elle saute sur la marche située encore au-dessus.
- Si l'escalier comporte treize marches, de combien de façons peut-elle monter l'escalier?

Le nombre de marches importe peu.

Première méthode: on commence avec des escaliers comportant peu de marches.

- ✓ 2 marches: 2 possibilités
 - ✓ 3 marches: 3 possibilités
 - ✓ 4 marches: 5 possibilités
 - ✓ 5 marches: 8 possibilités.
- On voit ainsi apparaître les nombres de Fibonacci.

Deuxième méthode: on décompose le nombre de marches en somme de 1 et 2

$$4 = 1 + 1 + 1 + 1$$

$$= 2 + 1 + 1 = 1 + 2 + 1 = 1 + 1 + 2$$

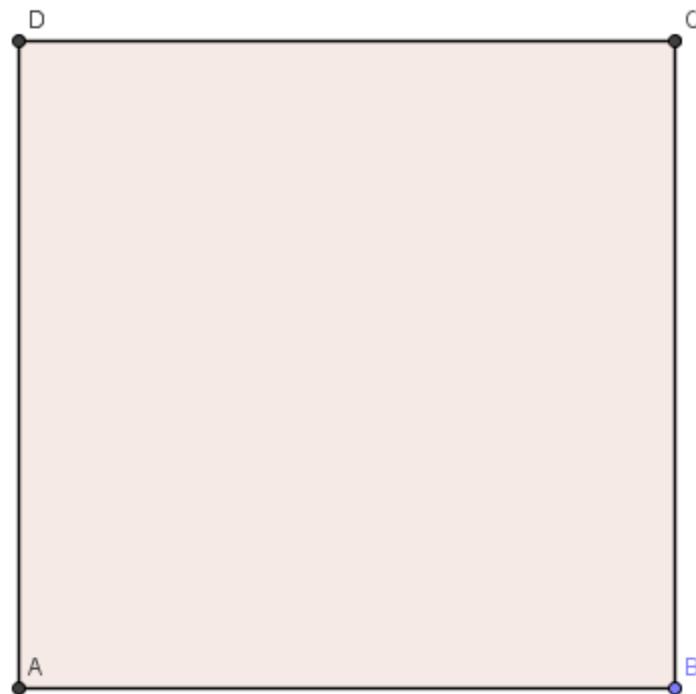
$$= 2 + 2$$

Pourquoi une casserole a-t-elle ces proportions?



- La casserole doit coûter le moins cher possible. Pour la fabriquer, il faut donc réduire les frais de fabrication et donc minimiser la quantité de métal utilisé.
- La casserole a un volume de 2 l soit 2000 cm^3 , soit $\pi R^2 h = 2000$, donc $h = 2000 / \pi R^2$
- La surface de métal utilisée est $\pi R^2 + 2 \pi R h$ soit $\pi R^2 + 4000/R$.
- On obtient une casserole de 8,6 cm de hauteur, et de diamètre 17,2cm.

Promenade aléatoire sur un carré



La série précédente a permis de simuler 31 promenades aléatoires. Le temps moyen de parcours obtenu est de 3,12 coups.
On peut remarquer que le nombre de coups doit être pair et se terminer par deux lettres identiques.

Temps de parcours	2	4	18
Effectif	20	10	1
Fréquence	0,65	0,32	0,03

- Le calcul probabiliste donne 4.

Si je traverse le carré en 10 coups, je pars de A et j'arrive en C: A-A-A-A-A-C. Les tirets signifient que je suis soit en B soit en D, ils symbolisent des événements certains. Quand je suis en B ou en D, la probabilité de revenir en A est 0,5.

$$\text{Donc } P(T = 10) = 0,5^4 \times 0,5$$

$$P(T = 2p) = 0,5^{p-1} \times 0,5 = 0,5^p$$

$$E(T) = \sum 2p \times 0,5^p = \sum p \times 0,5^{p-1} = 1/(1 - 0,5)^2 \\ = 4$$

Bien d'autres idées !

- *Optimisation* :
 - la boîte de maïs,
 - le cône de volume maximum dont le patron est découpé dans un disque donné,
 - le plus grand rectangle dans un triangle,
 - le plus grand triangle isocèle inscrit dans un cercle,
 - le plus grand cylindre inscrit dans une sphère,
 - etc.

- *L'idée de similitude :*
 - étude des formats de papier ,
 - le format d'un rectangle, le rectangle d'or,
 - étude d'une suite de carrés : côtés, périmètres, aires....
- *Travail sur les nombres :*
 - le développement décimal des rationnels,
 - rationnels et irrationnels : $\sqrt{2}$ est irrationnel ;
et $1 + \sqrt{2}$? et $\sqrt{3}$? et $\sqrt{2} + \sqrt{3}$?
 - l'algorithme de Babylone pour calculer $\sqrt{2}$:
pourquoi une telle vitesse ?

- *Simulations* :
 - On lance 2 dés, 3 dés : on s'intéresse à la somme, au minimum, au maximum des nombres obtenus.
 - L'idée de test : on lance une pièce , choisie au hasard entre une pièce équilibrée et une pièce truquée de loi connue. On doit décider en deux lancer si la pièce est truquée ou pas. Comment décider ? Quelle est la probabilité de se tromper ?
- *Arithmétique* :
 - Numération : compléter une opération à trous.
 - Comprendre l'utilisation d'un boulier.
 - Trouver le nombre maximum de diviseurs d'un entier entre 1 et 100.

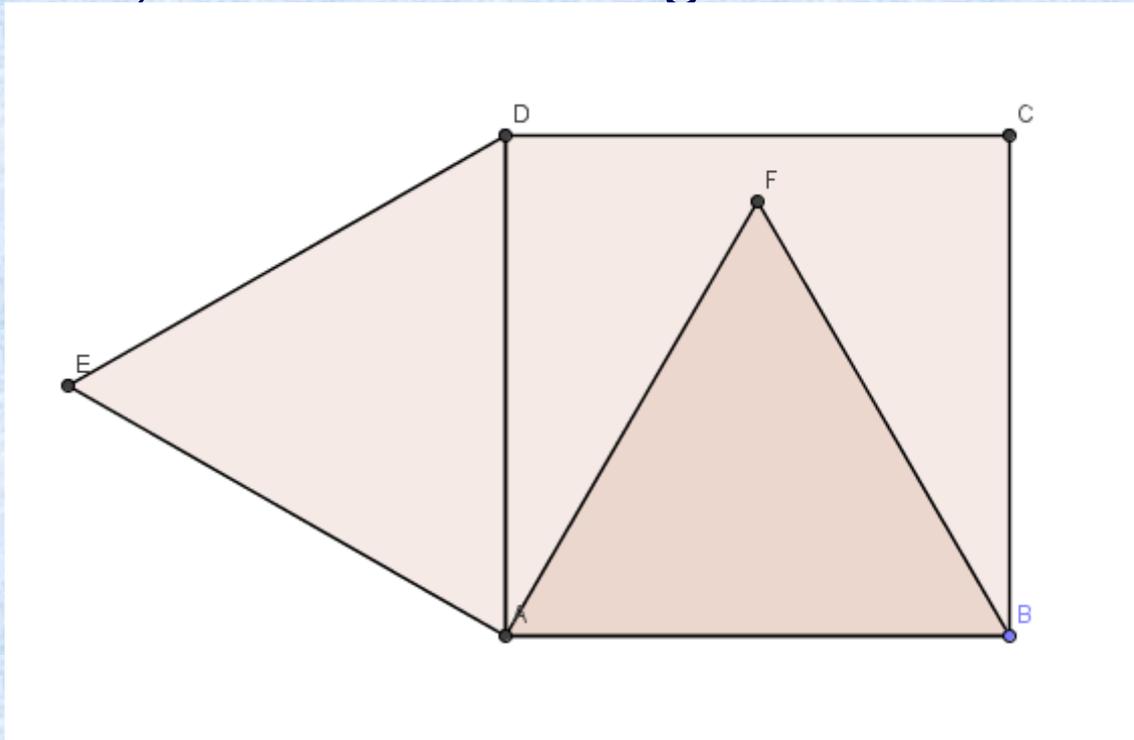
- *Dénombrement* :
 - 10 personnes se rencontrent, et se saluent en se serrant la main. Combien de poignées de main sont-elles échangées ?
 - Elles se mettent à table autour d'une table ronde : combien de dispositions possibles ?
 - Elles s'alignent pour une photo : combien de dispositions possibles ?
 - Etc.

- *Décrire les variations d'une grandeur ,
par exemple :*

On remplit d'eau un récipient conique de contenance 100 l et de hauteur 80cm. Le débit est de $\frac{1}{3}$ l/s.
Tracer le graphique donnant la hauteur de l'eau en cm en fonction du temps en minutes.

- *Trouver le plus de solutions possibles à un problème. Par exemple :*

Les points E, F et C sont-ils alignés?



Etc.

Conclusion

- Dans le cadre de la nouvelle classe de seconde,
 - Les TP nous semblent une réponse adaptée à l'enseignement optionnel,
 - Pour les mettre en place, il faudra établir une liste de thèmes d'activités, en variant les types de problèmes, les méthodes, les cadres de résolution,
 - Proposer des ressources abondantes tout en laissant libre cours à la créativité des professeurs.
- Nous vous remercions de votre attention.