



PROBLÈMES ATYPIQUES : TÂCHE À PRISE D'INITIATIVE

Journée de la Régionale Nice-Corse
05 juin 2024

Plan de formation

- Généralités
- Tâche à prise d'initiative
- Au cycle 3
- Au cycle 4
- Ressources
- Questions diverses

GÉNÉRALITÉS

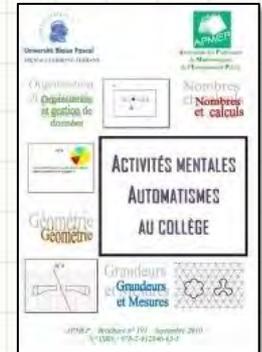
Des mots et des concepts...

- Problème pour chercher
- Situations-problèmes
- Problème ouvert
- Démarche d'investigation
- Narration de recherche
- Problème typique et atypique
- Tâche complexe
- Tâche à prise d'initiative
- ...

Eduscol : Type d'activité



- Activité flash
 - Renforcer mémorisation et automatisation
 - Activité mentale, très régulière, sur un temps court
- Tâche intermédiaire
 - Stabiliser et consolider des savoirs déjà acquis
 - Forme explicite, peut être un exercice d'application ou de réinvestissement
- Tâche à Prise d'Initiative (TPI)
 - Développer autonomie et imagination
 - Modéliser une situation, résoudre un problème
 - Favoriser stratégies multiples, différenciation
 - Activité sur un temps long



Dans la recherche : catégorisation d'Houdement, 2017

- Problèmes typiques
 - à une étape
 - à plusieurs étapes
- Problèmes atypiques (p. 7)
 - « définis justement par leur caractère non routinier, le fait qu'on suppose que les élèves ne disposent pas de stratégies connues pour les résoudre, qu'ils doivent en inventer de toutes pièces, en s'appuyant sur leurs connaissances passées, notamment leur mémoire des problèmes. »

Dans le Guide CM, 2022

- Problèmes atypiques (p. 18)
 - « Il s'agit des problèmes verbaux à données numériques dont la résolution est possible au cours moyen et qui ne rentrent pas dans les catégories des problèmes en une ou plusieurs étapes mentionnées précédemment.
 - Le fait de les qualifier d'atypiques ne signifie pas qu'il n'y a pas de stratégies à faire acquérir pour pouvoir les résoudre. Bien au contraire, des sous-catégories clairement identifiées permettront d'enseigner des méthodes de résolution que les élèves doivent connaître. »

Quand ?

- Cycle 3 : cycle de consolidation
 - Problème typique à plusieurs étapes au cœur du cycle
 - Problème atypique : « Cette catégorie de problèmes est la moins centrale au cours moyen », Guide CM, p. 31
- Cycle 4 : cycle des approfondissements
 - [BO n° 31 du 30 juillet 2020](#) :
 - « Une place importante doit être accordée à la résolution de problèmes, qu'ils soient internes aux mathématiques ou liés à des situations issues de la vie quotidienne ou d'autres disciplines. »

Pourquoi les problèmes atypiques ?

- Eviter le théorème-élève « un problème = une opération »
 - « Age du capitaine », Stella Baruck
- Ouvrir des portes, du moins ne pas les fermer, semer des graines

Pourquoi les problèmes atypiques ?

- Développer des compétences transversales et les compétences du XXI^e siècle
 - Autonomie
 - Persévérance
 - Prise de décisions
 - Confiance en soi
 - Créativité
 - Esprit critique
 - Communication
 - Coopération
 - Etc.

Créativité mathématique

- créativité ou Créativité ?
- Activité intellectuelle conduisant à la génération de nouvelles idées ou de réponses dans la résolution d'un problème mathématique
- Caractérisée par quatre composantes :
 - Fluidité
 - Flexibilité
 - Originalité
 - Elaboration

D'après <http://www.mc2-project.eu/>

Des activités pour développer la créativité

- « Which one doesn't belong? » (quel est l'intrus ?)

- <https://wodb.ca/>

- Fleur des nombres

- Article site académique



- Pattern

- Article site académique



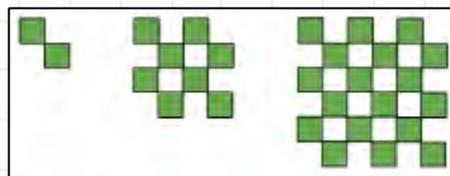
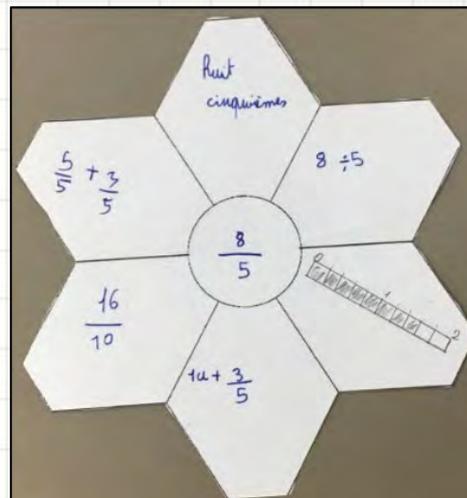
- Probabilité

- « Donner un évènement qui a une probabilité de $\frac{5}{12}$ »

- Causerie mathématiques

- <https://stevewyborney.com/2022/10/170-new-esti-mysteries/>

9	16
25	43



Pattern d'après <https://www.visualpatterns.org/>

Classification de problèmes atypiques

- Guide CM
 - Problèmes algébriques
 - Problèmes préparant à l'utilisation d'algorithmes
 - Problèmes de dénombrement
 - Problèmes d'optimisation
- Autres
 - Essais et ajustements
 - Organisation pour obtenir toutes les possibilités
 - Recours à la déduction (logique)
 - Problème de satisfaction de contraintes
 - Tâche à Prise d'Initiative
 - Etc.

Ressources

- [https://iremi.univ-reunion.fr/IMG/pdf/Taches complexes problemes ouverts situations-problemes narration de recherche.pdf](https://iremi.univ-reunion.fr/IMG/pdf/Taches_complexes_problemes_ouverts_situations-problemes_narration_de_recherche.pdf)
- [https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-02111766v1/file/BIGLIETTO%20BIDAULT Memoire Maths Gre.pdf](https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-02111766v1/file/BIGLIETTO%20BIDAULT_Memoire_Maths_Gre.pdf)
- Baruk, S. (2016). *L'âge du capitaine. De l'erreur en mathématiques*. Média Diffusion.
- <http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/ressources/etudes/experimentation-math/houdement.pdf>

Ressources

- Guide CM résolution de problèmes :
<https://eduscol.education.fr/document/32206/download?attachment>
- IREM Lyon : <http://math.univ-lyon1.fr/irem/spip.php?rubrique140>
- Rallyes ([Nice](#), etc.), Concours ([Kangourou](#), [Mathématiques sans Frontières](#), etc.)
- <https://enigmathic.site.ac-lille.fr/>
- <http://www.circ-ien-eurometropole-sud-ouest.site.ac-strasbourg.fr/ressources-pedagogiques/mathematiques/mathematiques/>
- Document d'accompagnement, 2002 : Les problèmes pour chercher sur [Ac-Nancy-Metz](#)
- <https://eduld.ac-toulouse.fr/politique-educative-31/ien31-toulouse-sud/files/2019/05/solutions-pb-chercher-%C3%A9nonc%C3%A9s-cycle-2-et-3.pdf>
- <https://math.univ-lyon1.fr/dream/>

Ressources pattern

- Site académique de Nice
 - <https://www.pedagogie.ac-nice.fr/mathematiques/plan-mathematiques-un-exemple-dactivite-autour-des-patterns/>
- <http://ife.ens-lyon.fr/ife/recherche/groupe-de-travail/prematt>
 - <http://ife.ens-lyon.fr/ife/recherche/groupe-de-travail/prematt/ressources-et-productions>
- <https://eduscol.education.fr/3049/le-plan-mathematiques-au-college>
 - Dont [Guide bleu « résolution de problèmes au collège »](#), Eduscol
- Bibliothèque de motifs : <http://www.visualpatterns.org/>
- Créer des patterns : <http://www.dudamath.com>
- [Vers la pensée algébrique, Claire Piolti-Lamorthe, Sophie Roubin, Cahiers pédagogique, n 573, p. 42](#)
- [Des patterns dans les classes !, Au Fil des Maths, APMEP \(2023\) par Claire Piolti-Lamorthe, Sophie Roubin, Jana Trgalová & les membres du groupe PAREP](#)

Ressources : recherche

- Houdement, C. (2017). Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. Grand N, Revue de mathématiques, de sciences et technologie pour les maîtres de l'enseignement primaire, 100.
- <https://www.compétencesdu21emesiècle.com/decouvrir/qu-est-ce-que-les-compétences-du-21eme-siècle/>

TÂCHE À PRISE D'INITIATIVE

Historique

- Travail de groupes
- Séminaire APMEP en 2014
- Résultats DNB
- Réforme
- Diverses modifications



Image d'après [Pixabay](#)

Déroulé type

- En amont (optionnel)
 - Exercices d'application simple, recherche documentaire, vidéo à regarder
- Première heure
 - Distribution des fiches de travail : rôles et sujet
 - Temps de travail individuel
 - Temps de recherche en groupes
- « Deuxième » heure
 - Passage de quelques rapporteurs, les autres doivent envoyer une vidéo
 - Eléments de correction : structure du problème, référence, institutionnalisation d'un point

Rôles

<p>Gardien / Gardienne</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Du temps : veiller à indiquer le temps qu'il reste de temps à autre pour la réalisation des différentes tâches. • Du bruit : veiller à ce que le groupe ne dérange pas les autres groupes. • Des documents : s'assurer que les documents sont bien remis au professeur, notamment ceux, numériques, sur le bon groupe de travail. • Compétence de l'activité mathématiques : s'assurer (avec ambassadeur / ambassadrice) que les productions écrite et numérique prennent bien en compte les différentes compétences mathématiques attendues pour l'activité.
<p>Rédacteur / Rédactrice</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Idées développées : rédigier la production et présenter à l'écrit les idées de TOUS les membres. • Trace écrite : rédiger à l'écrit la (ou les) réponse(s) finale(s). Les autres membres peuvent l'aider oralement.
<p>Ambassadeur / Ambassadrice</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Professeur : UNIQUE interlocuteur / interlocutrice avec les professeurs. • Matériel : UNIQUE à pouvoir utiliser le matériel. Les autres membres peuvent l'aider oralement. • Compétence de l'activité mathématiques : s'assurer (avec gardien / gardienne) que les productions écrite et numérique prennent bien en compte les différentes compétences mathématiques attendues pour l'activité.
<p>Rapporteur / Rapporteuse</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Restitution : présentation à l'oral le travail de son groupe au reste de la classe. L'utilisation de la tablette par vidéo projection est obligatoire. • Production numérique : responsable de la production numérique du groupe.

Compétences

Les 6 compétences de l'activité mathématique					
CHERCHER	CH02 : Extraire les informations utiles, les reformuler, les organiser, les confronter à ses connaissances. CH06 : Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.				
MODELISER	MO04 : Comprendre et utiliser une simulation numérique en probabilité. MO10 : Reconnaître un modèle mathématique en probabilité. MO16 : Traduire en langage mathématique une situation réelle à l'aide d'outils statistiques.				
REPRESENTER	RE05 : Produire plusieurs représentations des nombres.				
CALCULER	RA02 : Justifier, argumenter. RA03 : Mener collectivement une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui. RA12 : Résoudre des problèmes numériques.				
RAISONNER	CA03 : Contrôler la vraisemblance de ses résultats.				
COMMUNIQUER	CO02 : Avoir une tenue correcte lors d'un oral. CO05 : Définir et respecter une organisation et un partage des tâches dans le cadre d'un travail de groupe. CO08 : Expliquer à l'écrit sa démarche, son raisonnement. CO09 : Rendre un travail clair et propre. CO10 : Savoir s'exprimer, présenter sa recherche et ses résultats à l'oral.	Évaluée directement dans les rôles			

AU CYCLE 3

« Partition » de Charles PAYAN

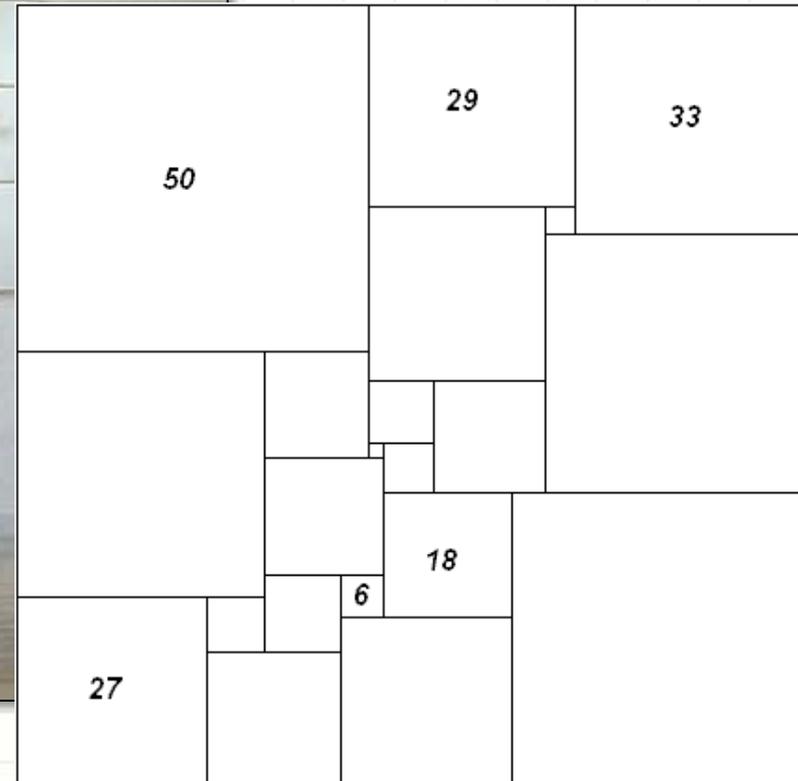
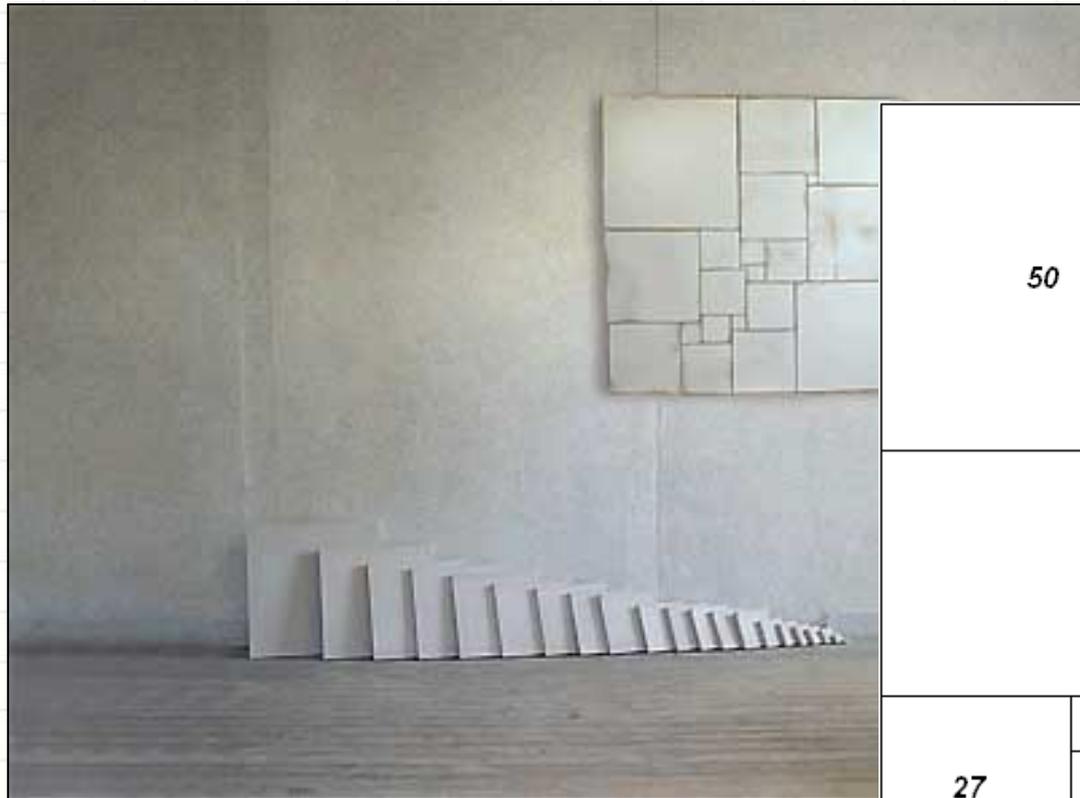


Image d'après <http://lary-stolosh.blog.lemonde.fr/2012/02/12/>

« La Dîme » de Simon STEVIN



- Activité historique sur l'écriture des nombres décimaux
 - DEFINITION I.
 - DISME est une espece d'Arithmetique, inventée par la Disiesme progression, consistente es caracteres des chiffres, par lesquels se descript quelque nombre, & par laquelle l'on depesche par nombres entiers sans rompuz, tous comptes se rencontrans aux affaires des hommes.
 - DEFINITION II.
 - Tout nombre entier proposé se dict COMMENCEMENT, son signe est tel ①.
 - DEFINITION III.
 - Et chasque dixiesme partie de l'unité de commencement nous la nommons PRIME, son signe est ①; & chasque dixiesme partie de l'unité de prime nous la nommons SECONDE, son signe est tel ②. Et ainsi des autres chasque dixiesme partie, de l'unité de son signe precedent, tousjours en l'ordre un d'avantage.
 - DEFINITION IV.
 - Les nombres de la precedente seconde & troisieme Definition se disent en general NOMBRES DE DISME.

Course à 20 ou jeu de Nim ou des bâtonnets

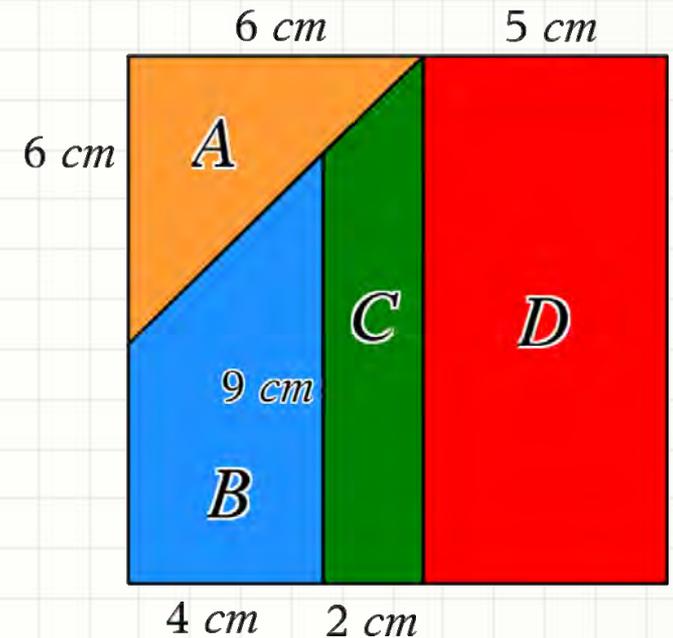
- Dans ce jeu, vous ne pouvez utiliser que les nombres 1 ; 2 ; ou 3
- On part de 0
- Le premier joueur ajoute 1 ; 2 ; ou 3. À tour de rôle, chaque joueur fait de même. Celui qui arrive à « 20 » est le gagnant.
- Est-il possible de trouver une stratégie permettant de gagner ?



[Lancer le jeu !](#) (jeu de Nim sous Scratch)

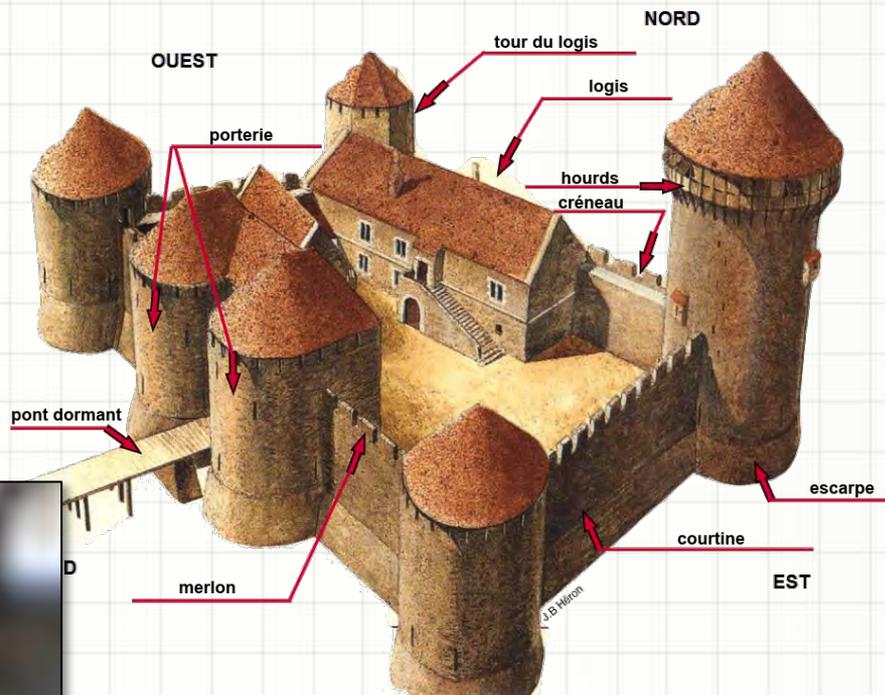
Puzzle de Brousseau

- Document élève 
- Document professeur 
- Objectif : il s'agit de reproduire une figure complexe en l'agrandissant selon une contrainte : par exemple $4\text{ cm} \mapsto 7\text{ cm}$
- Chaque élève doit reproduire une pièce



Château-fort en papier (Guédelon)

- Document élève 
- Objectif : construire une partie d'un château-fort en papier



Images d'après [bénévole Guédelon](#), [Guédelon](#) et [Wikipédia](#)

« Un glacier du Mont Blanc sur le point de s'effondrer en Italie »



- Voici un extrait d'un [article](#) issu de RTBF, publié le 7 août 2020. Que penser mathématiquement d'un tel article ?
 - « Un volume de glace estimé à 500.000 m^3 est le point de se détacher du glacier de Planpincieux, sur le territoire de la commune de Courmayeur, selon les responsables de cette municipalité de la région du Val d'Aoste située près de la frontière avec la France.
 - « C'est à peu près l'équivalent de la taille de la cathédrale de Milan, ou d'un terrain de football recouvert de 80 mètres de glace », a détaillé Valerio Segor, directeur de la gestion des risques naturels pour le Val d'Aoste.
 - Une chute d'un tel amas de glace « pourrait provoquer des dégâts considérables, mais aussi s'étaler sur une large zone », à la façon d'une avalanche, a prévenu ce responsable. »
- [Article Au Fil des Maths, APMEP, 2022](#)



Image d'après [Wikipédia](#)

Le gâteau en étoile



- A partir d'une vidéo 
- C3 
 - Objectif : déterminer le prix au plus juste d'un gâteau
- C4 
 - Objectif : trouver quelle partie du découpage d'un gâteau est « la plus grosse »
- Sur le site académique
 - <https://www.pedagogie.ac-nice.fr/mathematiques/continue-pedagogique-au-college-activites/>

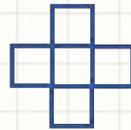
AU CYCLE 4

C'est à vous : Pattern 1

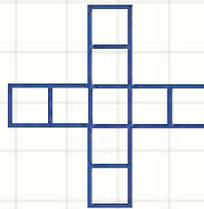
- Questions préalables



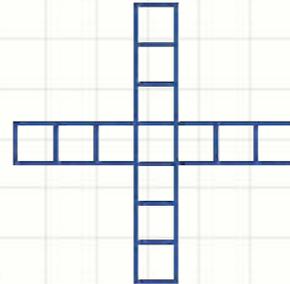
- Avec des petits carrés tous identiques, on construit un pattern selon le modèle évolutif (les éléments sont différents) ci-dessous.



Rang 1



Rang 2



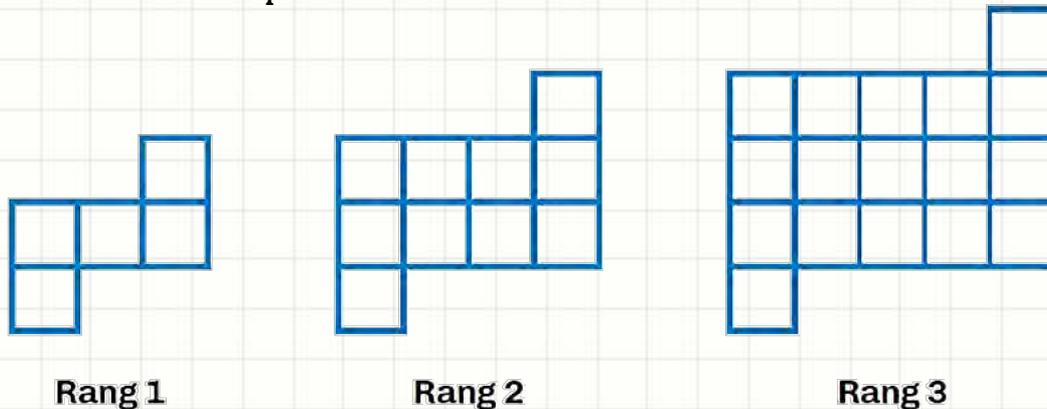
Rang 3

- Dessiner l'élément du rang suivant ci-dessus et expliquer la règle.
- En expliquant votre démarche, calculer le nombre de petits carrés au rang 10.
- En expliquant votre démarche, calculer le nombre de petits carrés au rang 100.
- En expliquant votre démarche, calculer le nombre de petits carrés à n'importe quel rang.

D'après Guide Collège, DGESCO, 2021

C'est à vous : Pattern 2

- Sujet TPI 
 - Voici le début d'un pattern :



- Niveau 1 : Trouver un moyen de calculer le nombre de petits carrés d'un élément à n'importe quel rang.
- Niveau 2 : Trouver géométriquement d'autres expressions permettant de calculer le nombre de petits carrés d'un élément à n'importe quel rang. Montrer que ces expressions sont égales algébriquement.

D'après Guide Collège, DGESCO, 2021

Copies d'élèves

Rang 1
5
9

Rang 2
16
16

Rang 3
25
25

D'après Guide Collège, DGESCO, 2021

Rang 1

Rang 2

Rang 3

$x(1+2)+2$

$2 \times (2+2)+2$
8 10

③ $3 \times (3+2)+2$

④ $2 \times (2+2)+2$
Rang 2

⑥ $x \times (x+2)+2$

$8 \times (8+2)+2$

Copies d'élèves

1. $(1 \times 3) + 2$
 2. $(2 \times 4) + 2$
 3. $(3 \times 5) + 2$
 4. $(4 \times 6) + 2$

une 6×6

RANGU :



$(6 \times 6) - 10 = 26$

1. $(3 \times 3) - 4$
 2. $(4 \times 4) - 6$
 3. $(5 \times 5) - 8$
 4. $(6 \times 6) - 10$

$F(1) = [1 \times (1+2)] + 2$
 $F(2) = [2 \times (2+2)] + 2$
 $F(3) = [3 \times (3+3)] + 2$

$F(1) = 1^2 + 2$ 1+2
 $F(2) = 2^2 + 2$ 2+2
 $F(3) = 3^2 + 2$ 3+2
 $F(4) = 4^2 + 2$ 4+2

On a aussi une 2^{ème} méthode :

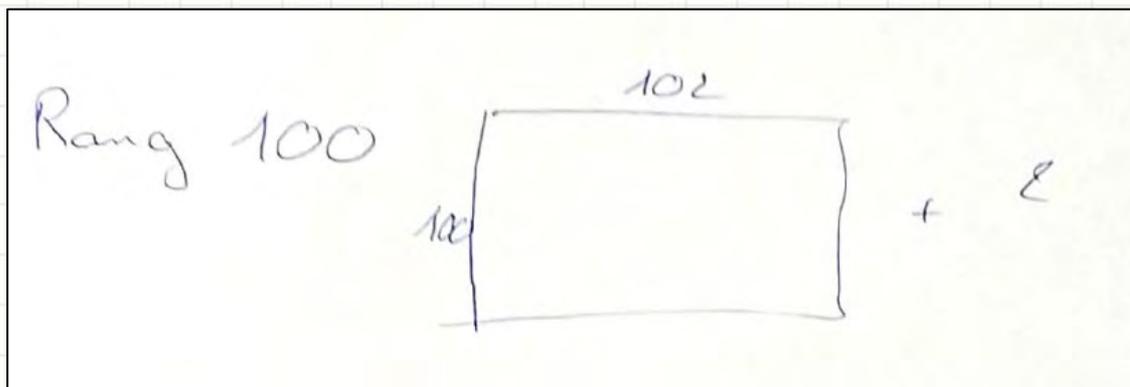
On prend le numéro du rang, par exemple 3, on va lui ajouter 2, ça fait 5, car la longueur fait 2 carrés de plus que la largeur on va multiplier par le numéro de rang, donc la c'est 3, ça fait 15, ensuite on ajoute 2 ça représente le carré d'en haut à droite et de en bas à gauche. On obtient 17.

Niveau 2 : 2^{ème} expression : $(x+2)^2 - (x+1) \times 2$ permet de trouver le nombre de petits carrés x - numéro de rang

On calcule l'aire en ajoutant des carrés de faces à ce qu'il y a un grand carré. puis après avoir calculé l'aire, on retire ce qu'il y a en trop A chaque fois, le même nombre de petits carrés que le numéro de rang (plus un carré on le fait 2 fois pour en haut et en bas de la figure.

Page 4 sur 5

Copies d'élèves



$$A = m(m+2) + 2$$

$$B = (m+1) \times (m+1) + 1$$

$$C = 2(m+1) + m^2$$

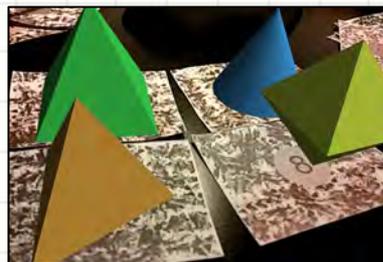
$$f(m) = [m \times (m+2)] + 2$$

$$f(m) = [m \times m + m \times 2] + 2$$

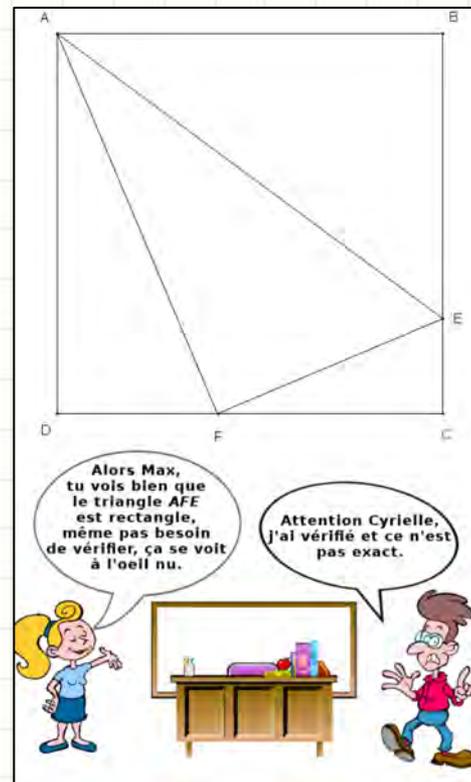
$$f(m) = m^2 + 2m + 2$$

Exemples d'activité en 4^e

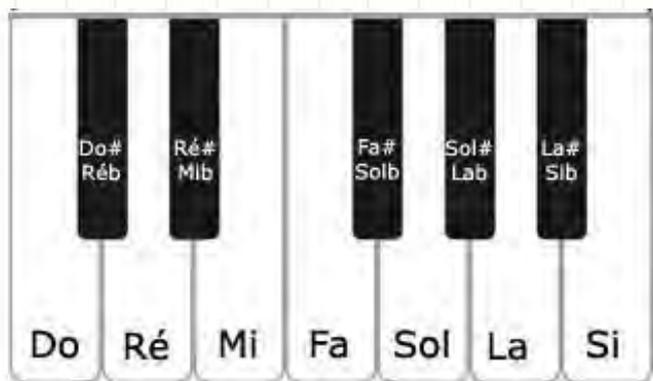
- [Espace – Euler](#) : utilisation de la réalité augmentée pour vérifier une découverte d'Euler



- [Triangle rectangle ou pas ?](#)



- Scratch : [Dessin des touches de piano](#)



Exemples d'activité en 3^e

- [En retard](#) : à partir d'une vidéo des problèmes DUDU
- Histoire de l'art : [la Pyramide du Louvre](#)
- [Un problème de toiture](#)
- [Jeu de Juniper-Green](#)
- Probabilités
 - [Franc-carreau](#)
 - [A la plonge](#)
 - Paradoxe de Monty Hall
- [Analyse fréquentielle pour décoder un texte](#) et fichier [tableur](#)
- [Plier en deux](#)
- [Mosaïque islamique](#)
- [Changement de taille](#)



Ressources

- Problémathèque
 - <https://www.problematheque-csen.fr/>
- Documents d'accompagnement
 - <http://eduscol.education.fr/cid99696/ressources-maths-cycle.html>
- Réalité augmentée
 - <http://mirage.ticedu.fr/>
- TRAAaM
 - <http://eduscol.education.fr/cid98083/les-travaux-academiques-mutualises-traams-des-laboratoires-des-pratiques-numeriques.html>
- Les problèmes DUDU
 - <https://mathix.org/linux/problemes-ouverts/les-problemes-dudu>
- Des rôles
 - <https://pierrickauger.wordpress.com/2016/02/26/des-roles-pour-les-eleves/>
 - <https://fr.padlet.com/Musibisca/Ludification>

Questions diverses

M. Sylvain ETIENNE

Sylvain-Julien.Etienne@ac-nice.fr

06 84 48 87 93